MAURITS CORNELIS ESCHER ET LA SYNERGIE ENTRE LES ARTS ET LES MATHÉMATIQUES

We are talking about an artist;
and for the enjoyment of the artist
the mask must be to some extent moulded on the face.
What he makes outside him
must correspond to something inside him;
he can only make his effects out of some of the materials of his soul.

G. K. Chesterton, *The Incredulity of Father Brown* (1926).

Quant à l'âme intelligente,
les images remplissent pour elle le rôle des sensations.
Dès qu'elle affirme ou qu'elle nie
que la chose est bien ou mal,
elle la recherche ou la fuit.
Voilà pourquoi cette âme
ne pense jamais sans images.

Aristote, *De l'âme. Livre III, Partie I.*

« And what is the use of a book », thought Alice,
« without pictures or conversations? »

Lewis Carroll, *Alice's Adventures in Wonderland* (1865).

En Europe, pendant près de 2 000 ans, on reconnaissait une personne instruite à sa maîtrise des 7 arts libéraux. Ces arts, dits libéraux, se divisaient en deux degrés : le *trivium* (mot latin signifiant *les trois voies*) et le *quadrivium* (c'est-à-dire *les quatre voies*).

Les arts du *trivium*, qui concernaient le « pouvoir de la langue », se composaient de la grammaire (l'art de l'expression), de la dialectique (l'art du raisonnement) et de la rhétorique (l'art de la persuasion). Ils étaient vus comme formant la base nécessaire pour maîtriser les arts du *quadrivium* qui, eux, se rapportaient au « pouvoir des nombres ». Le quadrivium se déclinait ainsi : l'arithmétique, la musique, la géométrie et l'astronomie.

De l'Antiquité grecque jusqu'au 19e siècle, l'apprentissage de la géométrie rimait avec l'étude des *Éléments* un recueil de 13 traités mathématiques et géométriques rédigés par le mathématicien grec Euclide d'Alexandrie 3 siècles avant notre ère.

L'utilisation des *Éléments* comme principal livre de référence dans le cursus universitaire type tient de sa présentation logique, systématique et organisée de la géométrie et de l'utilisation efficace de la démonstration rigoureuse à partir d'une collection réduite de notions primitives (appelées *définitions*) et de principes premiers (appelés *axiomes*) jugés suffisamment évidents en soi pour se passer de démonstration.

Dans la seconde moitié du 19e siècle, une controverse entourant la géométrie développée par Euclide dans les *Éléments* – aussi appelée *géométrie euclidienne* – éclata au grand jour. On put en effet démontrer qu'il existait d'autres géométries que la géométrie euclidienne. Ces géométries alternatives – dites *non euclidiennes* – étaient tout aussi cohérentes que pouvait l'être la géométrie euclidienne. On avait donc cru à tort pendant deux millénaires à l'absolue véracité des résultats contenus dans les *Éléments* alors qu'ils ne représentaient que l'un des nombreux paradigmes envisageables.

Au terme d'une enquête critique, on n'eut d'autre choix que de reconnaître que le recours, dans les *Éléments* d'Euclide, à des diagrammes approximatifs pour emporter la conviction avait permis de faire passer certains arguments jouant sur l'intuition pour des raisonnements logiques irréfutables.

Longtemps perçue comme l'une des principales assises de l'entreprise scientifique, la géométrie devint à l'époque victorienne une source d'embarras pour la communauté mathématique.

Afin de restaurer leur foi en l'édifice géométrique, les mathématiciens se tournèrent résolument vers le formalisme et l'abstraction. On soutint que quiconque recherche la vérité se doit de se garder de faire appel au sens visuel perçu comme faillible. La géométrie, autrefois *graphique*, se fit algébrique et déductive. Elle fut absorbée par l'algèbre, l'analyse et la topologie. Il n'y eut plus de formes géométriques, que des équations ; plus de solides, que des symboles ; plus de poésie, que de la prose.

Les penseurs visuels (c'est-à-dire ceux pour qui l'imagerie interne est indispensable) firent les frais de cette grande, longue et inarrêtable marche vers la froide et austère abstraction. La mathématicienne américaine et historienne des sciences Marjorie Senechal (née Wikler), qui fut étudiante dans l'un des foyers de la nouvelle approche antivisuelle pendant les années 1950 (une décennie marquant l'apogée de l'ultra-formalisme), reconnaît avoir pâti de l'absence flagrante d'images ou de diagrammes au cours de sa formation :

> J'ai souffert sous [cette tendance désincarnée et formaliste, algébrique et axiomatique] [...] Je pense que cela a coûté beaucoup de talent aux mathématiques. Beaucoup de gens qui pensent et travaillent visuellement ont quitté la profession, parce qu'ils sentaient qu'ils n'avaient plus leur place ici. (traduction libre) [29, ch. 8]

Alors que le raisonnement visuel en géométrie (et plus largement en mathématiques) se faisait de plus en plus supplanté par les méthodes abstraites pour aborder et conceptualiser la réalité, il se trouva quelques apôtres de la perception visuelle (on aurait presque envie de les qualifier de *visionnaires*) pour veiller à préserver et à garder bien vivante la tradition classique, et très visuelle, de la géométrie.

Le mathématicien britannique Harold Scott MacDonald Coxeter (1907-2003) compte indubitablement parmi les principaux valeureux héros de la résistance contre le mouvement antivisuel. Plus encore, l'historienne des mathématiques et biographe Siobhan Roberts considère que Coxeter se doit, en un sens, d'être considéré comme « l'homme qui a sauvé la géométrie de la quasi-extinction dans une ère mathématique caractérisée par son penchant pour tout ce qui est algébrique et austère » [29, ch. 0]. Abondant dans le même sens, Marjorie Senechal soutient que Coxeter – notamment en consacrant 20 ans de sa vie à rédiger *Regular Polytopes* [4], l'étude de la géométrie des polygones et des polyèdres réguliers, de même que leurs généralisations aux dimensions supérieures, les plus complètes, les plus claires et les mieux illustrées jamais produites – a su garder la flamme de l'intérêt allumée pour bon nombre de jeunes mathématiciens : « [Coxeter] fut une bouée de sauvetage [...] Parce qu'à travers lui, j'ai su qu'il y avait plus aux mathématiques. Je savais qu'il y avait une branche entière des mathématiques à laquelle je pouvais m'identifier. » (traduction libre) [29, ch. 8]

Coxeter naquit à Londres le 9 février 1907 d'un père fabricant d'instruments chirurgicaux et d'une mère peintre et portraitiste. Suivant une formation en mathématiques à l'Université de Cambridge, au Royaume-Uni, et quelques années de stages postdoctoraux à Princeton, aux États-Unis, il s'établit au sein du département de mathématiques de l'Université de Toronto.

Senechal résuma ainsi en quoi l'approche de Coxeter se distinguait, selon elle, du style aride, austère et froid qui prévalait lorsqu'elle était étudiante :

> Si vous réfléchissez à une idée mathématique dans le style [très formel qui était en vogue à l'époque], vous travaillerez vers le haut à partir de définitions et d'axiomes et vous essayerez de poursuivre cette ligne logique. Si vous travaillez dans le style de Coxeter, vous travaillez également vers le haut, mais vous commencez avec un objet concret, vous posez des questions à son sujet, vous vous demandez comment le présenter d'une manière plus générale et à quoi cela mène. L'approche de Coxeter est une approche visuelle et pratique, par opposition à une approche strictement logique. (traduction libre) [29, ch. 8]

À l'époque où Coxeter choisit la géométrie classique comme domaine de spécialisation, cette discipline découlant d'une riche tradition millénaire semblait en profonde et sérieuse perte de vitesse. C'était comme si toutes les questions intéressantes de la géométrie classique avaient déjà été résolues. Les mathématiciens, avides de nouvelles conquêtes, semblaient avoir déserté ce continent qu'ils considéraient comme entièrement cartographié. Or, comme l'a si bien dit le grand mathématicien suisse David Hilbert (1862-1943) : « Tant qu'une branche de la science offre une abondance de problèmes, elle reste en vie ; un manque de problèmes annonce l'extinction. » (traduction libre) [29, ch. 6]

Certains, comme l'historien des mathématiques Eric Temple Bell (1883-1960), allaient même jusqu'à dire que – par contraste avec l'éblouissant éclat produit par les avancées modernes en topologie ainsi qu'en géométrie différentielle ou algébrique – son étoile avait indéniablement pâli : « Les géomètres du 20e siècle ont depuis longtemps pieusement emporté tous ces trésors au musée de la géométrie où la poussière de l'histoire a vite fait de ternir leur éclat… » (traduction libre) [29, ch. 0]

Ces mauvais augures ne suffirent pas à détourner Donald Coxeter de la géométrie classique. Comme poussé par un appel intérieur, il s'investit corps et âme dans l'étude et la valorisation de la discipline qui le faisait vibrer depuis son plus jeune âge, et ce, malgré les impacts que cela risquait d'avoir sur l'avancement de sa carrière[1]. Selon l'éminent mathématicien britannique Sir Michael Atiyah (1929-2019), Coxeter devint ce qu'il convient d'appeler un géomètre classique à l'époque moderne :

> Coxeter est resté dans l'ancien monde [...] Il n'a pas embrassé la géométrie moderne dans son ensemble. Il est resté très proche de l'esprit de la géométrie classique [...] Il était un virtuose dans ce domaine. Tout à fait unique. Il est presque le dernier géomètre classique plus que le premier géomètre moderne. (traduction libre) [29, ch. 1]

Outre *Regular Polytopes,* Coxeter rédigea au cours de sa carrière un second chef-d'œuvre. Intitulé *Introduction to Geometry,* ce remarquable ouvrage d'érudition publié en 1961 débute ainsi : « Au cours des 30 ou 40 dernières années, la plupart des Américains se sont quelque peu désintéressés de la géométrie. Le présent ouvrage constitue une tentative de revitalisation de ce sujet tristement négligé. » (traduction libre) [3]

Dans cet ouvrage atypique parsemé d'éléments de culture générale mathématique et débordant d'images, de schémas et de graphes, l'auteur a recours à des dizaines de citations littéraires (William Shakespeare, Johann Wolfgang von Goethe, Lewis Carroll, H. G. Wells, Mark Twain, Robert Buchanan, Felix Klein, G. H. Hardy, William Blake, Johannes Kepler, Bertrand Russell, Gottfried Wilhelm Leibniz, Carl Friedrich Gauss, Hermann Weyl, John Millington Synge, Arthur Cayley, János Bolyai, Henri Poincaré, Lord Kelvin, Charles Darwin, Frederick Soddy, etc.) afin d'évoquer une idée ou communiquer une intuition.

L'historienne et biographe Siobhan Roberts rapporte qu'un argument indiscutable atteste de la forte popularité de *Introduction to Geometry* : il fut longtemps l'article le plus fréquemment volé de la bibliothèque de mathématiques de l'Université de Toronto.

1. Des impacts, il y en eut. Coxeter ne fut jamais sérieusement considéré pour un poste de professeur à Cambridge, Oxford ou Princeton. Il dut se rabattre, non sans certains pincements au cœur, à faire carrière dans une université n'appartenant alors pas à l'élite mondiale.

Coxeter, un lecteur assidu des chroniques *Mathematical Games* de Gardner, pressentit que le célèbre chroniqueur trouverait dans son *Introduction to Geometry* matière à inspiration pour plusieurs chroniques portant sur diverses questions fascinantes en géométrie classique. Il lui fit donc parvenir un exemplaire avant même sa parution officielle [21]. Gardner lui en sut gré, car l'ouvrage se révéla effectivement être une mine d'information dont il put faire bénéficier ses lecteurs au cours des décennies qui suivirent. Si Gardner et Coxeter ne se rencontrèrent en personne qu'une seule fois au cours de leur vie (à l'occasion de la venue du mathématicien canado-britannique à New York pour prendre part à un événement scientifique), ils entretinrent une correspondance épisodique, mais intense.

Fait plutôt inusité témoignant de l'ampleur de l'appréciation de Gardner pour *Introduction to Geometry*, le chroniqueur offrit à ses lecteurs une recension critique de cet ouvrage dans sa chronique *Mathematical Games* d'avril 1961. La rubrique débute par une brève présentation de l'auteur :

> [D'une part,] la plupart des mathématiciens professionnels aiment s'amuser de temps en temps sur le terrain de jeu des mathématiques, de la même manière qu'ils aiment jouer aux échecs de temps en temps ; c'est une forme de détente qu'ils évitent de prendre trop au sérieux. D'autre part, de nombreux puzzlistes créatifs et bien informés n'ont que les connaissances les plus élémentaires en mathématiques. H. S. M. Coxeter, professeur de mathématiques à l'Université de Toronto, fait partie de ces rares personnes qui sont éminentes en tant que mathématiciens et qui font autorité sur le côté moins sérieux de leur profession. (traduction libre) [15 ; 17]

Le chroniqueur enchaîne ensuite avec une critique fort élogieuse de l'œuvre phare de Coxeter :

> Le livre de Coxeter est remarquable à bien des égards. Avant tout, il a une portée extraordinaire. Il passe en revue toutes les branches de la géométrie, y compris des sujets tels que la géométrie non euclidienne, la cristallographie, les groupes, les treillis, les géodésiques, les vecteurs, la géométrie projective, la géométrie affine et la topologie [...] Le style d'écriture est clair, net et, pour l'essentiel, technique. Il exige une lecture lente et attentive, mais a le mérite de permettre de comprimer

> une grande quantité de matériel entre ses couvertures. Le livre est imprégné du sens de l'humour de l'auteur, de son sens aigu de la beauté mathématique et de son enthousiasme pour le jeu. La plupart de ses sections s'ouvrent sur des citations littéraires pertinentes, souvent de Lewis Carroll, et se terminent par des exercices qui sont souvent des énigmes nouvelles et stimulantes. (traduction libre) [15 ; 17]

Dans le dernier quart de sa recension, Gardner se penche sur trois pages de *Introduction to Geometry* ayant particulièrement retenu son attention. Dans ces trois pages, Coxeter présente deux gravures sur bois réalisées par l'artiste néerlandais Maurits Cornelis Escher. Ce dernier a parfait pendant la seconde moitié de sa vie une forme d'art exploitant des connaissances mathématiques certes implicites et intuitives, mais avérées. Il devint en effet, comme nous le verrons, un véritable maître dans l'art de paver le plan en employant des motifs répétitifs reconnaissables.

Maurits Cornelis Escher vint au monde le 17 juin 1898 dans la ville néerlandaise de Leeuwarden. Son père, George Arnold Escher (1843-1939), un ingénieur civil, avait été, de septembre 1873 à juillet 1878, conseiller étranger au Japon pendant l'ère Meiji. De retour aux Pays-Bas, il avait pris épouse. Deux fils naquirent de cette union. Puis, devenu veuf, il avait épousé en secondes noces Sara Gleichman. Cette deuxième union lui apporta trois autres fils, dont Maurits Cornelis.

En 1903, la famille Escher déménagea à Arnhem, une commune située sur le Rhin inférieur. C'est là que le jeune M. C. Escher entreprit sa scolarité et apprit le travail du bois auprès d'un menuisier. En février 1919, le jeune homme rendit visite au célèbre peintre et graphiste néerlandais Richard Nicolaüs Roland Holst (1868-1938). Ce dernier, constatant un certain talent artistique, lui conseilla vivement d'envisager des études en architecture [13, ch. 1]. C'est ainsi qu'Escher partit s'établir à Haarlem, une ville située en périphérie d'Amsterdam, pour y fréquenter une école d'architecture et d'arts décoratifs. Il y fit la rencontre de l'artiste Samuel Jessurum de Mesquita (1868-1944). Ce dernier prit Escher sous son aile et le convainquit de se consacrer aux arts graphiques plutôt qu'à l'architecture. Sous la tutelle de Jessurum de Mesquita, Escher fut initié à la xylogravure, une technique de gravure sur bois qui consiste à creuser à l'aide de gouges dans un bloc de bois (généralement du poirier) [12 ; 13, ch. 1].

En 1922, après avoir achevé sa formation auprès de Jessurum de Mesquita, Escher effectua un long voyage sur le pourtour méditerranéen. À l'occasion d'un séjour en Espagne, le jeune artiste visita l'ensemble palatial d'Alhambra. La richesse et la finesse de l'art mural islamique firent forte impression sur lui.

En 1923, alors qu'il se trouvait dans une pension à Ravello, Escher fit la connaissance de Jetta Umiker, une jeune femme d'origine milanaise, mais ayant grandi en Suisse, dont il tomba instantanément amoureux et qu'il épousa le 12 juin 1924. Tous deux attirés par la vie à l'italienne, ils choisirent de s'installer à Rome où ils vécurent pendant 11 heureuses années au cours desquelles Escher perfectionna sa technique de gravure sur bois et s'initia à la lithographie [11 ; 13, ch. 1]. Bien qu'ils coulassent de bons jours à Rome et la carrière artistique de M. C. Escher allât bon train, la dégradation rapide de la situation politique se fit si inquiétante que les Escher décidèrent en juillet 1935 de quitter Rome pour Château-d'Œx, un village montagnard de Suisse. Un hiver neigeux et froid ayant tôt fait de leur faire regretter le soleil du sud de l'Italie, les Escher convinrent qu'un voyage en Méditerranée leur ferait le plus grand bien. Pour couvrir le coût du voyage, Escher eut une idée audacieuse :

> Je proposai à la compagnie *Adria* de m'emmener comme passager gratuit, c'est-à-dire avec le passage, la nourriture et la boisson pour moi, aller et retour [...] En échange, je leur donnerais quatre exemplaires de chacune des douze impressions graphiques que j'achèverais l'hiver suivant à partir des croquis réalisés pendant le voyage ; celles-ci pourraient alors être utilisées à des fins publicitaires dans le secteur du tourisme. À ma grande surprise, ils ont accepté cette proposition alors qu'ils ne me connaissaient pas et que mon remboursement ne serait entre leurs mains qu'un an plus tard. (traduction libre) [13, ch. 1]

Pendant deux mois complets, ils naviguèrent sur la Méditerranée, profitant des arrêts dans les ports pour visiter villes et villages et réaliser des croquis dont il se servirait plus tard pour réaliser les œuvres promises.

Ce voyage marqua le début d'un important tournant dans le parcours artistique de M. C. Escher. En effet, à l'occasion d'une escale de quelques jours en Espagne, il retourna à l'Alhambra admirer les motifs géométriques qui l'avaient impressionné lors de sa première visite 15 ans plus tôt. Comme le laissent entrevoir les notes qu'il inscrivit dans son carnet de voyage, cette seconde visite provoqua chez lui un nouveau tourbillon d'émotions :

> Ce matin, direction l'Alhambra. J'ai beaucoup apprécié cette délicieuse œuvre d'art aristocratique. Dans l'après-midi, je suis revenu ici et j'ai commencé à copier des motifs de majolique. Quel contraste : les palais princiers, calmes et élevés, là-haut, et la ville sale, négligée, en décomposition, en bas ! Il n'y a presque pas d'étrangers. On nous regarde comme des créatures d'une autre planète, et cela dans une ville qui était autrefois un centre de tourisme ! (traduction libre) [13, ch. 1]

Émerveillé, Escher retourna deux autres fois à l'Alhambra dans les jours qui suivirent. Ces trois jours passés à admirer les merveilles de l'art islamique furent à l'origine d'une véritable épiphanie artistique qui eut une incidence marquante et durable sur sa démarche artistique et, par voie de conséquence, sur l'ensemble sa vie.

Avant de marquer une pause dans notre récit afin de nous pencher plus avant sur l'art islamique qui captiva Escher lors de son séjour en Andalousie, mentionnons que, peinant à s'acclimater à la vie dans le canton de Vaud, les Escher n'y demeurèrent que deux ans avant de partir s'installer en banlieue de Bruxelles. Ils n'y furent toutefois que de passage. À la suite de l'invasion de la Belgique par les troupes allemandes, ils jugèrent plus prudent de partir s'établir dans le paisible village néerlandais de Baarn. Là, Escher se plongea dans son travail artistique pour s'abstraire, autant que faire se peut, aux horreurs de la guerre.

Au pied des montagnes de la Sierra Nevada dans le sud de l'Espagne, entouré de forêts luxuriantes et perché au sommet du plateau de la Sabika qui domine la plaine et la ville de Grenade [10], la citadelle hispano-mauresque de l'Alhambra constitue incontestablement l'un des joyaux de la civilisation islamique.

L'édification de cet ensemble palatial débuta en 1238 sous Mohamed 1er de Grenade, dit Al-'Ahmar (c'est-à-dire *le rouge*, à cause de sa barbe rousse), et ne s'acheva que bien après la Reconquista espagnole. L'écrivain français Victor Hugo en donna la description suivante dans son recueil de poèmes *Les Orientales* (1829) :

L'Alhambra ! l'Alhambra ! Palais que les génies
Ont doré comme un rêve et rempli d'harmonies.
Forteresse aux créneaux festonnés et croulants
Où l'on entend la nuit de magiques syllabes,
Quand la lune, à travers les mille arceaux arabes,
Sème les murs de trèfles blancs.

L'utilisation par les artistes musulmans d'ornements géométriques imbriqués les uns dans les autres et se côtoyant sans discontinuité ne surprendra personne. La répétition à l'infini de motifs abstraits fait partie intégrante de l'art du tapis pratiqué par les tribus nomades vivant sous la tente depuis des temps immémoriaux [43]. L'expansion militaire fulgurante qui survint dans les premiers temps de l'Islam permit ensuite aux conquérants musulmans d'entrer en contact et d'assimiler une part du vaste héritage culturel et artistique des Byzantins, des Syro-Romains et des Perses sassanides [1 ; 43].

L'évolution de l'art décoratif islamique fut également profondément influencée par une tradition mathématique encore plus ancienne, à savoir celle de la géométrie grecque classique[2] et hellénistique[3] [43]. Le caractère abstrait et la cohérence interne de la géométrie axiomatique avaient été considérés par plusieurs des philosophes grecs à travers les âges comme autant de preuves de l'existence d'un monde parfait et pur situé au-delà de notre monde chaotique de vulgaires mortels : le monde des dieux. Les qualités religieuses et mystiques que le philosophe Platon (428/427 av. J.-C. à 348/347 av. J.-C.) prêtait à la géométrie, par exemple, transparaissent dans la formule suivante qui lui serait due : « *Dieu*, toujours, fait de la *géométrie* » [40].

Profondément imprégnés de l'idée d'un Dieu abstrait, les intellectuels musulmans furent séduits par les savoirs géométriques des Grecs

2. Période chronologique de l'histoire de la Grèce antique s'étendant de la victoire grecque contre les Perses à Salamine vers 480 av. J.-C. à la mort d'Alexandre le Grand en 323 av. J.-C.

3. Période de l'histoire de la Grèce antique suivant l'époque classique et allant jusqu'à la défaite de Marc Antoine et de Cléopâtre VII Philopator en 31 av. J.-C. à la bataille navale d'Actium qui marqua l'achèvement de la mise en place de la domination romaine sur le monde grec.

antiques qu'ils découvrirent au contact des Byzantins. Ils convinrent – à la suite de Platon – que le monde abstrait de la géométrie offre une voie d'accès unificatrice entre le monde matériel et le monde spirituel [40]. Pour eux, la symétrie figurait parmi les attributs d'un Dieu parfait et la création de mosaïques se déployant de façon ordonnée et symétrique constituait un moyen approprié pour représenter artistiquement sa perfection [10 ; 40].

Ainsi, si l'art ornemental islamique se doit d'être considéré comme l'héritier des traditions géométriques grecques, la piété et la révérence envers Dieu incita les artistes chargés de décorer les palais des califes, des sultans et des émirs du monde musulman à pousser le raffinement de l'art mosaïcal de plus en plus loin [1 ; 10 ; 40]. La grande diversité des motifs géométriques couvrant les murs, les planchers et les plafonds de l'ensemble palatial d'Alhambra témoigne du haut degré de compréhension de la géométrie et de la symétrie que surent développer ces générations successives d'artistes et de géomètres [1 ; 10].

Il va sans dire que l'ornementation architecturale de l'Alhambra est un jeu complexe d'influences interculturelles. La conquête musulmane de la péninsule ibérique contribua à créer un style ornemental unique bénéficiant d'un apport du monde juif et chrétien tout en tenant compte des sensibilités culturelles et religieuses propres aux musulmans [1]. Quant aux invasions berbères successives des Almoravides et Almohades d'Afrique du Nord, elles permirent l'introduction en Espagne d'une multitude de nouvelles conceptions géométriques ornementales [1].

Il convient maintenant de dire un mot au sujet de la nature essentiellement non figurative de l'art géométrique islamique. Alors que chez les chrétiens on croit que Dieu s'est fait homme, il en va tout autrement chez les musulmans. La seule image bassement matérielle de Dieu que l'Islam autorise à employer est celle de la lumière, *Nur* [43]. En effet, le Coran, le livre sacré de l'Islam, réitère maintes et maintes fois la nature transcendante d'Allah [43]. Voilà pourquoi, d'une part, on ne retrouve pas dans les mosquées le genre d'iconographie que l'on retrouve par exemple dans les églises chrétiennes catholiques et, d'autre part, la religion islamique a donné lieu à une riche tradition calligraphique où la forme la plus élevée d'art consiste à mettre en valeur des extraits de la tradition prophétique [43].

Depuis son origine, l'Islam revendique l'héritage d'Abraham, le patriarche de la religion juive. Cette religion propose donc un renouveau prétendument purificateur de la tradition judéo-chrétienne [43]. Ce faisant, l'Islam s'appuie sur le dogme du monothéisme absolu. Le premier affrontement idéologique qu'eurent à livrer les adhérents de l'Islam les opposa donc aux paganistes arabes adorant plusieurs dieux [43]. Dans leur combat visant expurger l'idolâtrie de l'esprit des hommes, les suiveurs de Mahomet s'appuyèrent abondamment sur certains éléments issus de la tradition juive [43]. Or on retrouve en effet dans le livre de l'Exode un ensemble d'instructions morales et religieuses reçues de Dieu par Moïse au Mont Sinaï (soit ce que les juifs appellent *Dix Paroles* et les chrétiens nomment les *Dix Commandements*) dont voici un extrait :

> **20.04** Tu ne feras aucune idole, aucune image de ce qui est là-haut dans les cieux, ou en bas sur la terre, ou dans les eaux par-dessous la terre.
> **20.05** Tu ne te prosterneras pas devant ces dieux, pour leur rendre un culte. Car moi, le Seigneur ton Dieu, je suis un Dieu jaloux : chez ceux qui me haïssent, je punis la faute des pères sur les fils, jusqu'à la troisième et la quatrième génération ;
> **20.06** mais ceux qui m'aiment et observent mes commandements, je leur montre ma fidélité jusqu'à la millième génération.

Alors que la Torah énonce de toute évidence, nous venons de le voir, des interdictions contre les images figuratives de toute sorte, il n'appert qu'aucune des références à l'idolâtrie que l'on retrouve dans le Coran ne vise spécifiquement ces images [43]. Toutefois, si les révélations composant le Coran constituent les fondements de la foi et de la morale islamique, les Hadiths (à savoir les paroles ainsi que les faits et gestes du prophète Mahomet rapportés par une chaîne de transmetteurs) forment un autre corpus de textes religieux hautement significatifs dans l'Islam puisqu'ils permettent d'apporter des éclaircissements sur le sens à donner aux versets normatifs du Coran [43]. Or plusieurs Hadiths, dont celui qui suit, font explicitement référence à la création artistique [43] :

> Les Anges n'entrent pas dans une maison où se trouve un chien ou une image.

Au fil des siècles, l'interprétation reçue de ce Hadith varia grandement. Les tenants d'une forme de puritanisme rigoriste y virent une condamnation implacable de toute représentation d'êtres humains ou d'animaux [10], alors que ceux faisant preuve d'une attitude plus clémente ou latitudinaire y virent plutôt une imprécation contre le culte des idoles [43].

C'est à l'Alhambra, à travers son analyse des riches et complexes mosaïques islamiques, qu'Escher trouva une source intarissable et immarcessible d'inspiration [40] :

> Les Maures étaient passés maîtres dans l'art de remplir les surfaces de figures congruentes sans laisser d'interstices. Dans l'Alhambra, en Espagne, notamment, ils décoraient les murs en plaçant des pièces de majolique multicolores congruentes sans interstices. (traduction libre) [40]

À la suite de sa seconde visite à l'Alhambra s'amorça la seconde période de la carrière artistique d'Escher. Au cours de cette période, que certains spécialistes désignent comme sa *période intellectuelle* [40], Escher connut un prodigieux épanouissement artistique qui se traduisit par une augmentation significative de la qualité et l'originalité de ses œuvres[4].

Escher imposa toutefois des contraintes artistiques à son problème : il ne s'intéresserait qu'aux pavages du plan réalisés avec des formes suggérant un profil animal ou végétal [40] comme des oiseaux, des poissons, des reptiles, des chauves-souris, des anges, des papillons, des coléoptères, des crabes, des abeilles, des grenouilles, des griffons, des hippocampes, ou des figures humaines.

En octobre 1937, Escher rendit visible à ses parents à La Haye [13, ch. 1]. Par une heureuse coïncidence, il y croisa son demi-frère, Berend George Escher, qui occupait alors un poste de professeur de géologie à l'Université de Leiden. Lorsque l'artiste exhiba quelques-unes de ses ébauches de pavages du plan, le géologue fut stupéfait :

> Le professeur Escher se montra intéressé aux motifs également d'un point de vue scientifique et déclara que son frère appliquait sans s'en rendre compte une sorte de « cristallographie sur une

4. En termes de volume, toutefois, il y eut une diminution nette de sa productivité. Seules 110 des 448 œuvres composant sa collection complète furent produites après 1936.

surface plane », ou cristallographie bidimensionnelle. Il lui a conseillé de se documenter à ce sujet dans le *Zeitschrift für Kristallographie*. (traduction libre) [13, ch. 1]

Le professeur Escher promit à son demi-frère de lui faire rapidement parvenir une liste d'articles scientifiques qui sauraient l'intéresser et, avec un peu de chance, lui être utiles [13, ch. 1]. Deux jours plus tard, l'artiste reçut, comme promis, une lettre de la part du géologue :

> Après quelques recherches, j'ai trouvé les documents suivants sur les partitions régulières du plan. Tout cela est très théorique, mais les images qu'ils contiennent peuvent t'être utiles. Il y a cependant tellement de choses que je ne peux pas tout envoyer à Bruxelles. (traduction libre) [13, ch. 1]

La suite de la lettre contenait une dizaine de références bibliographiques à propos d'articles ayant été publiés entre 1911 et 1933 dans des revues savantes spécialisées :

> La plupart des articles étaient beaucoup trop difficiles pour un profane, trop secs et trop théoriques, mais parmi eux, il y en avait un en particulier, écrit par un certain professeur polonais de Zurich, intitulé *Über die Analogie der Kristallsymmetrie in der Ebene* [« Sur l'analogie de la symétrie cristalline dans le plan »] qu'Escher a lu et étudié en profondeur. Il contenait de nombreuses et belles illustrations qu'il copia avec l'article entier. Il est frappé par la phrase avec laquelle l'article se termine : « Je discuterai ailleurs du fait que l'étude mathématique de ces ornements est également intéressante d'un point de vue artistique. » (traduction libre) [13, ch. 1]

Le professeur de Zurich auquel on fait référence dans l'extrait ci-dessus est George Pólya[5] [13, ch. 1]. Escher s'empressa de lui écrire afin de lui demander où il pouvait trouver la suite de cette « étude mathématique de ces ornements ». Escher joignit à son envoi une reproduction de son œuvre intitulée *Development I*. L'artiste obtint comme toute réponse un bref mot de remerciements dans lequel Pólya l'informa qu'il n'avait jamais mené à bien son projet de rédiger une suite à son article [13, ch. 1].

5. Contrairement à ce qui est indiqué dans la référence que nous citons, Pólya était hongrois et non polonais.

Tout porte à croire qu'Escher fut très déçu de ce que Pólya ne sembla pas témoigner dans sa réponse du moindre intérêt pour sa démarche artistique, car il semble qu'il ne chercha plus jamais à entrer en contact avec lui [13, ch. 1 ; 31]. Or, dans une lettre écrite à la mathématicienne Doris Schattschneider en 1977, Pólya reconnut avoir été plus touché et intéressé que ce qu'il fut en mesure de laisser transparaître dans sa réponse à Escher :

> Quelque temps après la publication de mon article… j'ai reçu des dessins d'un artiste néerlandais alors inconnu, accompagnés d'une belle lettre dans laquelle il disait que mon article lui avait été très utile – l'artiste était Escher. Malheureusement, lors de mon déménagement de Suisse aux États-Unis en temps de guerre, la lettre et les dessins ont été perdus… (traduction libre) [13, ch. 1]

L'article produit par Pólya en 1924 était un exposé très technique de l'existence d'exactement 17 façons différentes de créer un motif de papier peint en appliquant diverses combinaisons de symétries du plan euclidien que sont les *translations*, les *rotations autour d'un point*, les *réflexions par rapport à une droite* et les *réflexions glissées* (à savoir la composée d'une réflexion par rapport à une droite et d'une translation dans la direction de cette droite [9]). Ce faisant, le mathématicien hongrois se trouvait donc à redécouvrir de manière indépendante un fait mathématique observé avant lui par le cristallographe et minéralogiste russe Evgraf Stepanovitch Fedorov (1853-1919) [14]. La raison pour laquelle l'article de Pólya retint tant l'attention d'Escher est qu'il contenait 17 illustrations, une pour chacune des façons dont des formes congruentes pouvaient s'assembler. Plusieurs motifs étaient familiers à Escher, puisqu'il s'agissait soit de motifs de céramique couramment observables dans les cuisines ou les salles de bain, soit de motifs de mosaïques islamiques bien connus et omniprésents dans l'art décoratif mauresque. Certaines de ces illustrations, cependant, montraient des motifs de symétrie subtils qui étaient présents, mais très peu communs, dans l'art islamique.

Bien qu'Escher ait affirmé à plusieurs reprises qu'il ne comprenait pas un seul mot du contenu mathématique de l'article de Pólya [28] et bien qu'il n'ait jamais fait d'effort pour apprendre les mathématiques qui auraient pu l'aider à le comprendre, si important fut pour lui l'apport en informations des figures contenues dans cet article qu'Escher inscrivit un seul mot sur la page couverture de ses carnets de notes :

Pólya. Les très nombreuses pages de notes et de diagrammes qu'il laissa dans ses carnets (fort heureusement préservés pour la postérité) montrent qu'il affina petit à petit ses premières classifications provisoires des divers types de pavages réguliers du plan au fur et à mesure qu'il développait de manière empirique sa compréhension des différentes règles qui régissent la création de ces motifs [13, ch. 1].

Pour la suite de sa carrière artistique, Escher se consacra presque exclusivement à la création de pavages du plan. Il travailla simultanément sur trois fronts : (1) la recherche *mathématique* visant à découvrir toutes les possibilités de pavages répondant à ses propres critères directeurs et à ses idées maîtresses ; (2) la création de pavages avec des motifs reconnaissables ; et (3) la création d'œuvres graphiques complexes et élaborées incorporant ces pavages dans une sorte d'évolution dynamique [13, ch. 1].

À la différence de Pólya, Escher accorda une attention particulière à la question de la coloration des pavages du plan. On peut aisément comprendre pourquoi. Si l'intérêt mathématique des pavages du plan réside principalement dans les symétries qui s'y manifestent, la valeur artistique réside quant à elle dans ses qualités esthétiques. Pour Escher, l'aspect chromatique des pavages présentés dans ses œuvres était non moins important que l'aspect géométrique. Il réalisa donc également une enquête approfondie des façons dont on peut appliquer des colorations aux pavages du plan. De l'avis de nombreux mathématiciens (comme Doris Schattschneider [30 ; 32 ; 33 ; 34 ; 35 ; 37 ; 38 ; 39]), le système de génération et de classification systématique des dessins périodiques colorés mis au point par Escher et consigné par écrit dans ses carnets de notes entre 1941 et 1942 suffit amplement à lui conférer *a posteriori* un véritable statut de chercheur en mathématiques. Les centaines de croquis et de dessins témoigneraient en effet d'une activité en recherche étonnamment structurée et méthodique, le tout à une époque où ni les mathématiciens ni quelque autre groupe de scientifiques n'avaient avancé de définition formelle du concept de *symétrie des couleurs* [7]. La manifestation la plus simple de ce phénomène – à savoir la *symétrie bicolore* (ou *symétrie noir-et-blanc*) – a fait une première apparition discrète dans la littérature scientifique relative à la cristallographie aux alentours de 1930. Aussitôt cette notion eut-elle été introduite qu'elle sombra dans l'oubli. Elle y demeura jusqu'à ce que le mathématicien et cristallographe soviétique Alexei Vasilievich

Shubnikov (1887-1970) la tire définitivement des oubliettes [9] en faisant paraître, en 1951, une monographie portant sur la symétrie et l'antisymétrie [41]. Quant à la symétrie polychromatique, elle fit son apparition officielle dans la littérature scientifique quelque temps après [42].

Dans une lettre adressée à son fils Arthur en 1959, Escher raconta une rencontre impromptue qui eut une profonde incidence sur la suite de sa carrière ainsi que sa postérité :

> J'ai reçu la visite d'un professeur de Baltimore et de sa femme, tous deux fervents cristallographes, qui insistent pour que je fasse un discours sur mon [dessin périodique] l'été prochain lors d'un rassemblement international de cristallographes (ou symétriques et antisymétriques). L'antisymétrie consiste à utiliser des teintes contrastées dans un dessin de motifs répétés dans l'espace ou sur un plan. Les scientifiques russes s'y intéressent depuis peu, et moi-même je ne peux plus m'en passer depuis que j'ai commencé la division régulière du plan, il y a 30 ans. Lorsque je leur ai raconté mon histoire habituelle, à savoir que je ne connaissais rien aux mathématiques, ils m'ont répondu : « Vous en savez manifestement plus que n'importe lequel d'entre nous » (traduction libre) [9]

Le couple de chercheurs de Baltimore auquel Escher réfère dans sa lettre est Joseph D. H. Donnay (1902-1994), professeur de géologie à l'Université Johns-Hopkins, et son épouse Gabrielle Hamburger Donnay (1920-1987), qui devint – à la retraite de son mari – professeure de cristallographie à l'Université McGill. Peu après leur rencontre avec Escher, ceux-ci portèrent son art à l'attention de Carolina MacGillavry (1904-1993), une professeure de chimie et de cristallographie à l'Université d'Amsterdam. Cette dernière n'eut de cesse, par la suite, de valoriser et de diffuser les œuvres d'Escher de même que le fruit de ses recherches [24 ; 25 ; 26]. MacGillavry joua notamment un rôle déterminant dans l'organisation d'une grande exposition des œuvres d'Escher en 1960, en marge du cinquième congrès international de l'Union internationale de cristallographie, à Cambridge, au Royaume-Uni (le hasard faisant bien les choses, il s'agit de l'*alma mater* de Coxeter). Elle veilla également à ce qu'Escher soit invité à y donner une conférence. Elle rédigea par la suite un livre intitulé *Fantasy & Symmetry: The Periodic Drawings of M. C. Escher*

[25]. Dans cet ouvrage, la professeure nous propose une description précise mais accessible des types de symétries observables dans 42 œuvres de l'artiste néerlandais :

> Le cahier dans lequel il a écrit sa « théorie du profane » a été une révélation pour moi. Il contient pratiquement tous les groupes bidimensionnels rotatifs à 2, 3, 4 et 6 couleurs… Le cahier date de 1942. Ainsi… les possibilités des groupes polychromatiques ont été explorées, et leurs éléments de symétrie marqués, avant même que la cristallographie officielle n'y pense. (traduction libre) [25]

Alors que les premières œuvres d'Escher s'inscrivaient, à la suite de Samuel Jessurum de Mesquita, dans une tradition artistique riche, mais quelque peu inorthodoxe [23], celles datant d'après 1936 divergent si significativement de ce courant artistique qu'il devint presque impossible de les y rattacher. À partir de cette période et jusqu'à la fin de sa vie, Escher travailla dans la plus grande solitude [9]. Véritable électron libre, il lui était en effet devenu impossible de trouver ne serait-ce qu'un seul collègue affichant une compréhension suffisante du sens de sa démarche artistique pour pouvoir soutenir une discussion au sujet de ses idées : « Je me suis souvent interrogé sur ma propre manie de faire des dessins périodiques… Quelle peut être la raison pour laquelle je suis seul dans ce domaine ? Pourquoi aucun de mes collègues artistes ne semble être fasciné comme moi par ces formes imbriquées ? » (traduction libre) [40]

Si Escher – bien entouré qu'il était d'un noyau familial et d'un cercle de bons amis – ne souffrit jamais de la solitude en elle-même, il reconnut maintes fois que celle-ci eut pour effet collatéral de faire en sorte qu'il soit constamment habité par le doute au sujet de la valeur artistique de ses œuvres :

> S'il s'agit d'un art, pourquoi aucun artiste – pour autant que j'aie pu le découvrir – ne s'y est jamais intéressé de près ? Pourquoi suis-je le seul à être captivé par lui ? Je n'ai jamais lu quoi que ce soit à ce sujet de la part d'un artiste, d'un critique d'art ou d'un historien de l'art ; aucune encyclopédie de l'histoire de l'art n'en parle, aucun confrère ou prédécesseur ne s'y est jamais sérieusement intéressé. Il y a bien eu quelques cas sporadiques de produits d'art décoratif partageant les mêmes racines […], mais ils sont rudimentaires et embryonnaires. Ils ne sont pas

issus d'une réflexion profonde et ne pénètrent donc pas dans ce que je considère comme l'essence de la question. (traduction libre) [13, ch. 1]

À une différente occasion, il écrivit : « Mais le fait triste et frustrant est que ces jours-ci, je commence à parler une langue qui n'est comprise que par très peu de gens… » (traduction libre) [44]

L'admiration que lui vouèrent de nombreux scientifiques n'apaisa que bien imparfaitement ses doutes : « Je me sens de plus en plus seul. Après tout, je n'ai plus ma place nulle part. Les mathématiciens ont beau être sympathiques et intéressés et me donner une tape paternelle dans le dos, je ne suis finalement qu'un maladroit pour eux… » (traduction libre) [44]

Malgré cela, il semble que l'idée de se renoncer à poursuivre son exploration des pavages du plan n'effleura jamais sérieusement l'esprit d'Escher : « Je ne peux pas imaginer ce que serait ma vie si ce problème ne m'était jamais venu à l'esprit. On pourrait dire que j'en suis éperdument amoureux, et je ne sais toujours pas pourquoi… » (traduction libre) [9]

Intéressons-nous maintenant aux circonstances qui firent en sorte que l'art d'Escher surgit dans le traité de géométrie de Harold Scott MacDonald Coxeter puis, de fil en aiguille, dans les chroniques *Mathematical Games* de Martin Gardner.

C'est lors d'un séjour à Amsterdam en septembre 1954 à l'occasion du Congrès international des mathématiciens que Coxeter découvrit les travaux d'Escher. Alors qu'il assistait à des conférences et qu'il présentait un exposé intitulé *Regular Honeycombs in Hyperbolic Space*, son épouse, Hendrina Johanna Brouwer sortit visiter la ville. Elle marqua un arrêt au *Stedelijk Museum* d'Amsterdam où le mathématicien néerlandais Nicolaas Govert de Bruijn (1918-2012) avait veillé à ce que soit organisée une exposition des œuvres d'Escher.

Aux côtés des peintures du l'artiste postimpressionniste Vincent Van Gogh, la coqueluche des Hollandais, étaient exposées d'étranges œuvres composées de formes colorées représentant des reptiles, des poissons, des oiseaux, de gais lurons, des insectes, des cavaliers, etc. Ces formes étaient assemblées à la manière de pièces de casse-tête ou de carreaux d'un carrelage.

Constatant une étrange similitude entre l'art d'Escher et les idées mathématiques de son mari (dont elle se tenait au fait bien qu'elle n'ait pas été très portée sur les sciences), Hendrina Coxeter-Brouwer convainquit celui-ci de l'accompagner au musée. Ce dernier trouva en Escher une âme sœur.

À la suite de leur rencontre à Amsterdam, Coxeter écrivit à Escher pour lui demander la permission de reproduire deux gravures dont il avait fait l'acquisition dans un article intitulé *Crystal Symmetry and its Generalizations* [2] qu'il était en train de finaliser. Escher donna son accord bien volontiers. En guise de remerciements, Coxeter fit parvenir à Escher une copie de son article. Fier de voir deux de ses œuvres ainsi mises en valeur dans un article à caractère scientifique publié dans le cadre du symposium sur la symétrie sous l'égide de la Société royale du Canada, Escher procéda à une lecture attentive de l'article de Coxeter bien que sa culture mathématique très limitée ne lui permît pas d'en comprendre grand-chose. C'est alors que ses yeux se posèrent sur une figure (à savoir un *disque de Poincaré*) utilisée par Coxeter pour évoquer la symétrie dans une géométrie non euclidienne *hyperbolique*.

Ayant consacré près de deux décennies à concevoir des pavages réguliers du plan, Escher nourrissait depuis un certain temps le désir de s'affranchir du plan euclidien et de dépeindre l'infini : « La figure plane m'irrite [...] J'ai l'impression de crier à mes personnages : "Vous êtes trop fictifs pour moi ; vous restez là statiques et figés ; faites quelque chose, sortez de là et montrez-moi ce dont vous êtes capables !" » (traduction libre) [40]

La découverte, à la lecture de l'article de Coxeter, du disque de Poincaré fut l'étincelle qui provoqua chez Escher une véritable explosion créatrice. Si les formules mathématiques de Coxeter – comme celle de Pólya 15 ans plus tôt – ne lui furent d'aucune aide, l'artiste parvint à force d'essais et d'erreurs à bidouiller une méthode intuitive et pratique lui permettant de produire des pavages hyperboliques, c'est-à-dire des pavages du disque de Poincaré. Il écrivit aussi à Coxeter pour l'en informer :

> Vous ai-je déjà remercié de m'avoir envoyé (il y a plus de six mois) *A Symposium on Symmetry* ? J'étais si heureux de cette brochure et fier des deux reproductions de mes modèles de plans ! Bien que le texte de votre article sur *Crystal symmetry and its generalizations*

> soit beaucoup trop savant pour un simple homme de modèles plans comme moi, certaines illustrations et surtout la figure 7, page 11, m'ont fait un choc. (traduction libre) [13, ch. 1]

En annexe à cette lettre, Coxeter trouva une reproduction d'une nouvelle gravure d'Escher intitulée *Circle Limit I*, son tout premier pavage du disque de Poincaré.

Au cours des deux années qui suivirent, Escher apporta des modifications à son *Circle Limit I* afin de corriger ce qu'il estimait être des défauts : un manque de continuité et d'unité de couleur. Au terme de ce long et fastidieux processus de peaufinage qu'il appela *Coxeterer* [37], il produisit trois gravures du même type (appelées respectivement *Circle Limit II, III* et *IV*).

Des quatre gravures, l'œuvre intitulé *Circle Limit III*, qui exploite certains des motifs développés par Escher pour ses pavages du plan, semble être celle qui réalise le plus fidèlement sa vision de l'infini, car aussitôt fut-elle achevée (en mai 1960) qu'il en fit parvenir une reproduction à Coxeter sur laquelle il inscrivit « Avec gratitude, M. C. Escher ».

Dans une lettre adressée à Martin Gardner datée du 30 janvier 1961, l'artiste reconnut à de nombreuses occasions, tant publiquement que privément, être redevable envers Coxeter sans qui il n'aurait jamais songé à réaliser les quatre gravures hyperboliques [36] qui figurent aujourd'hui parmi ses plus célèbres pièces de même que parmi celles qui sont les plus appréciées des mathématiciens [5] :

> Vous êtes peut-être curieux de savoir comment il a été conçu et imprimé, aussi je joins à la présente une copie de ma lettre au professeur Coxeter, ainsi que sa réponse de mai 1960. Ses explications théoriques sont, sans doute, plus compréhensibles pour vous que pour moi. Je suis et je serai toujours un parfait profane dans le domaine mathématique [...] Il est vrai que je n'aurais jamais pu faire ce dessin si je n'avais pas vu une figure schématique dans une des publications de Coxeter, mais dès qu'il commence à argumenter abstraitement, avec des formules, je suis complètement perdu. Je pense qu'il ne le croira pas, mais c'est un fait. (traduction libre) [40]

Coxeter s'énticha pour les pièces de la collection *Circle Limit.* Il les étudia sous tous leurs angles et consacra deux articles à exposer ce qui ressortit de son analyse mathématique minutieuse [5 ; 6]. Peu de temps après, Gardner fit paraître une chronique *Mathematical Games* [19 ; 20] portant sur les géométries non euclidiennes et il saisit l'occasion pour aborder à son tour les gravures *Circle Limit* en s'appuyant sur les travaux de Coxeter.

À la lumière de ce qui précède, il apparaît évident qu'Escher put puiser de l'inspiration dans les mathématiques de Coxeter. Or, il appert que le mathématicien put quant à lui découvrir une perspective mathématique nouvelle en analysant l'art d'Escher. On retrouve dans la gravure *Circle Limit III* des arcs blancs qui semblent couper la circonférence du disque de Poincaré à angle droit. Or, au cours des analyses méticuleuses de cette œuvre auxquelles il se livra [40], Coxeter s'aperçut que les angles entre les arcs et la circonférence mesurent plutôt très exactement 80°. Cette découverte, qui peut sembler anodine au profane, mit le géomètre sur la piste d'une nouvelle façon de concevoir le plan hyperbolique [36] qu'il tourna et retourna dans son esprit pendant des décennies jusqu'à ce que, en 1996, à l'âge de 89 ans, il se résoulut à les coucher sur papier. L'article qui en découla [8] fournit une preuve trigonométrique élémentaire de certaines propriétés qu'Escher avait d'une certaine façon anticipée par la seule force de son intuition.

Il convient maintenant d'aborder un second exemple de la remarquable synergie entre l'art de Maurits Cornelis Escher et les mathématiques. L'artiste néerlandais est souvent identifié à ce qu'il convient d'appeler des figures impossibles, à savoir des dessins bidimensionnels d'objets qui ne pourraient pas exister dans notre monde tridimensionnel, mais que notre système visuel convertit – grâce à divers procédés artistiques visant à causer une illusion d'optique – en objets tridimensionnels [40].

Bien que ses œuvres exploitant de telles figures comptent parmi les plus souvent reproduites, elles ne constituent pourtant qu'une composante marginale de sa production artistique. Escher ne réalisa en effet au cours de sa vie que trois gravures présentant des figures impossibles : *Belvedere* (1958), *Ascending and Descending* (1961) et *Waterfall* (1961).

Belvedere est une œuvre s'articulant autour d'un impossible cuboïde dont Escher eut l'idée. Quant aux deux autres œuvres, elles exploitent une découverte faite par l'un de ses admirateurs, Roger Penrose :

> Mon propre engagement dans ce domaine remonte à 1954, lorsque j'ai participé au Congrès international des mathématiciens à Amsterdam en tant qu'étudiant chercheur. Un conférencier de ma connaissance a suggéré que je serais intéressé par une exposition d'œuvres de l'artiste néerlandais M. C. Escher, cette exposition ayant (apparemment) été spécialement organisée pour coïncider avec le Congrès. J'y suis allé et, si je me souviens bien, j'ai été totalement fasciné, n'ayant jamais rencontré l'œuvre d'Escher auparavant.

De retour en Angleterre, j'ai décidé de m'essayer moi-même à quelque chose d'impossible. J'ai essayé plusieurs modèles avec des tiges passant derrière et devant l'autre de différentes manières. Finalement, je suis arrivé au triangle impossible (c'est-à-dire avec ce que l'on appelle depuis quelques années le *tribar*) qui, à mon avis, incarnait l'impossibilité que j'essayais d'exprimer, dans sa forme la plus pure. Bien que, dans son exposition, Escher ait eu beaucoup de choses étranges et merveilleuses, il n'y avait rien que nous appellerions aujourd'hui un objet impossible tout à fait dans ce sens.

> Lorsque j'ai revu mon père, je lui ai montré le triangle. Il l'a immédiatement développé de diverses manières […] jusqu'à ce qu'il produise l'image d'un escalier impossible qui descendait (ou, de manière équivalente, montait) tout autour. Nous avons senti que nous aimerions publier ces choses, mais nous n'avions aucune idée précise de la manière de le faire, ne sachant pas vraiment quel était le sujet. Mon père s'est alors souvenu qu'il connaissait le rédacteur en chef du *British journal of Psychology* et qu'il pourrait probablement le convaincre d'accepter notre article […] Finalement, il a été publié en 1958. Nous avions fait mention du catalogue de l'exposition d'Escher à laquelle j'avais assisté à Amsterdam ; et lorsque les tirés à part sont arrivés, nous en avons envoyé un à Escher, lui exprimant notre reconnaissance. (traduction libre) [9]

Quelque temps après avoir reçu de la part de Roger Penrose un exemplaire de l'article *Impossible objects: a special type of visual illusion* [27], Escher produisit la lithographie *Ascending and Descending* (1961). On y voit des moines parcourir à perpétuité une série de marches située sur le toit d'un monastère. Certains d'entre eux semblent gravir les escaliers tandis que d'autres semblent les dévaler ; il s'agit en réalité d'un escalier impossible en circuit fermé. Peu de temps après, Escher réalisa *Waterfall*, une œuvre présentant trois triangles de Penrose et exploitant de plus une illusion de perspective. On y voit de l'eau chuter du sommet d'une tour, actionner la roue d'un moulin et tomber dans un canal qui serpente quelque peu. Localement cohérente, l'illustration se révèle globalement incohérente puisque le canal aboutit là où tout a commencé, c'est-à-dire au sommet de la chute.

Selon ses proches, Escher fut une personne très systématique. Organisé et discipliné par nature, il s'imposa des horaires de travail réguliers, commençant le matin entre huit et neuf heures et se terminant entre quatre et cinq heures de l'après-midi. Son fils George rapporte qu'Escher donna rarement l'impression qu'il lui pesait de s'astreindre ainsi à travailler [9]. Au contraire, il lui était parfois difficile, le soir venu, d'interrompre ses efforts. Tout porte à croire que l'alternance entre des périodes d'intenses réflexions en vue de concevoir un nouveau pavage et les périodes plus mentalement exigeantes au cours desquelles il réalisait des gravures sur bois suffit toujours à le préserver de la lassitude [9].

Bien qu'il ne s'investît jamais dans l'étude sérieuse d'une discipline scientifique au cours de sa scolarité, Escher confia un jour dans une lettre estimée plausible que le fait d'avoir grandi au sein d'une famille comptant plusieurs scientifiques lui permit d'absorber, comme par osmose, une certaine forme méthodologique du scientifique :

> Mon affinité avec l'approche exacte des phénomènes naturels est probablement liée au milieu dans lequel j'ai grandi : mon père et trois de mes frères ont tous été formés aux sciences exactes ou à l'ingénierie, et j'ai toujours eu un énorme respect pour ces disciplines. (traduction libre) [13, ch. 1]

Escher se plaignit parfois à sa famille de l'insoutenable difficulté que représentait le processus réflexif et créatif menant à l'émergence d'une idée originale. La création de chaque nouveau pavage du plan pouvait nécessiter plusieurs pénibles mois d'incubation avant de finalement germer clairement dans son esprit dans une sorte de moment *Eureka* soudain et imprévisible. Ces moments de soudaine inspiration – voire de quasi-révélation – pouvaient même le tirer du sommeil au milieu de la nuit : « Lorsque je dessine, j'ai parfois l'impression d'être un médium spirite contrôlé par les créatures que je fais apparaître. C'est comme si elles décidaient elles-mêmes de la forme sous laquelle elles choisissaient d'apparaître… » (traduction libre) [25]

À bien des égards, le fonctionnement de l'esprit d'Escher s'apparentait à celui du mathématicien. Tout comme Escher, celui-ci accomplit ses travaux de recherche en suivant une intuition éclairée par l'expérience et la connaissance de règles abstraites régissant inflexiblement le monde des possibles :

> En me confrontant avidement aux énigmes qui nous entourent, et en analysant les observations que j'ai faites, je me suis retrouvé dans le domaine des mathématiques. Bien que je n'aie absolument aucune formation ou connaissance en sciences exactes, je semble avoir plus de points communs avec les mathématiciens qu'avec mes collègues artistes. (traduction libre) [12]

Le fait demeure cependant qu'Escher refusa toujours de se voir et d'être décrit comme étant un mathématicien ou un scientifique. Il s'agissait vraisemblablement pour lui de réclamer l'indépendance par rapport à toute doctrine ou tout corpus complexe de savoirs organisés qui aurait risqué de brimer sa liberté créatrice. Il existe en effet une différence énorme entre réaliser des œuvres d'art s'inspirant de mathématiques ou exemplifiant imparfaitement certains concepts mathématiques et concevoir des œuvres entièrement régies par les règles rigides des mathématiques. En renonçant explicitement à toute prétention scientifique, Escher s'assurait aussi de pouvoir mener son étude des différents pavages et des différentes symétries de couleurs sans souci d'exhaustivité ; il se sentait libre de s'imposer des contraintes artistiques que les mathématiques n'auraient su justifier (comme exiger que ses pavages du plan soient composés de formes vaguement humaines, animales ou végétales).

Au début des années 1950, le travail d'Escher reçut une certaine couverture de la presse américaine. Son nom apparut par exemple dans le magazine *Time* en avril 1951 et le magazine *Life* en mai 1951. Toutefois, malgré une exposition très courue à la Whyte Gallery de Washington, il serait fort exagéré de dire qu'il jouissait à cette époque d'une grande notoriété en dehors de son pays d'origine.

Sa renommée commença à croître plus sérieusement dans les années 1960 lorsque ses gravures mosaïquées inspirées de l'art islamique attirèrent l'attention de mathématiciens, puis d'autres groupes de scientifiques. Quelques années suffirent alors pour que l'on retrouve certaines de ses gravures sur bois accrochées aux murs des salons de mathématiciens et de scientifiques du monde entier.

Penchons-nous maintenant sur le rôle que joua Gardner dans la popularisation de l'art mathématique de Maurits Cornelis Escher. Le premier échange entre Gardner et Escher eut lieu vers la fin de 1960 ou le début de 1961 alors que le vulgarisateur travaillait à la rédaction d'une chronique *Mathematical Games* portant sur *Introduction to Geometry*, le plus récent opus de Coxeter. C'est en vue de s'enquérir de la possibilité d'inclure dans son article des reproductions d'œuvres d'Escher que Gardner amorça un contact. Un extrait de la missive reçue par Gardner (datée du 17 janvier 1961) en réponse à sa demande nous apprend que l'artiste néerlandais avait non seulement déjà entendu parler du chroniqueur, mais il figurait même parmi ses admirateurs :

> Permettez-moi tout d'abord de vous dire que je connais très bien votre nom, non pas en tant que chroniqueur de *Scientific American*, mais en tant qu'auteur de *The Annotated Alice*. Le professeur Coxeter a attiré mon attention sur ce livre lorsque j'étais son invité en novembre dernier et j'ai immédiatement acheté un exemplaire, qui m'a énormément plu. Je suis depuis longtemps un fan d'Alice, mais depuis que j'ai lu vos annotations, de nombreux détails incompréhensibles sont devenus clairs ! (traduction libre) [22 ; 40]

Non seulement le vulgarisateur obtint la permission de procéder comme il l'espérait, mais un pavage du plan réalisé par Escher figura même en première de couverture de l'édition de *Scientific American* d'avril 1961.

Cinq ans plus tard, Gardner décida de consacrer une chronique entière aux pavages du plan d'Escher de même qu'à ses figures impossibles. Il contacta à nouveau l'artiste pour l'en informer. Dans une lettre datée du 30 janvier 1966, ce dernier acquiesça à nouveau à la demande du vulgarisateur de reproduire certaines de ses œuvres. Il suggéra même à Gardner une manière d'obtenir simplement et rapidement de bonnes images de ses gravures :

> C'est une circonstance très heureuse que M. Cornelius Roosevelt possède une grande collection de mes gravures et qu'il soit prêt à vous prêter les pièces dont vous avez besoin, et que vous soyez

> prêt à prendre la peine d'un voyage à Washington pour faire un choix ; veuillez prendre toutes les photographies dont vous avez besoin. Depuis de nombreuses années, M. Roosevelt s'est montré très aimable et serviable à mon égard. Je l'ai rencontré une fois en 1960 au MIT, Cambridge, Massachusetts, à l'occasion d'une petite exposition de mon travail et d'une conférence pour les étudiants du prof. Arthur von Hippel. Il est venu expressément de Washington pour montrer au public sa copie de ma bande « Métamorphose ». (traduction libre) [22 ; 40]

Un extrait d'une lettre du mécène à l'artiste nous révèle que Gardner se rangea à la suggestion d'Escher. En effet, Roosevelt raconta dans une lettre datée du 6 février 1966 sa rencontre avec Gardner :

> Il y a quelque temps, j'ai reçu un appel téléphonique de M. Martin Gardner, du magazine *Scientific American*, qui m'a dit qu'il voulait faire un article sur certains aspects techniques de votre travail. Bien que j'aie correspondu avec M. Gardner pendant plusieurs années, je ne l'avais jamais rencontré. Dans ce dernier cas, lorsqu'il m'a demandé s'il pouvait utiliser une partie de ma collection de votre travail dans l'article, je lui ai dit que je serais ravi de coopérer, mais seulement après que vous lui avez donné votre permission d'écrire l'article. Il y a peu de temps, M. Gardner a appelé pour dire que vous aviez accepté son idée. Hier, il est venu à Washington et nous avons passé une journée très agréable à examiner les quelque 80 ouvrages que j'ai ici. (traduction libre) [22 ; 40]

Comme en témoigne le passage suivant de la lettre qu'Escher adressa à Gardner le 20 avril 1966, l'artiste néerlandais fut à la fois flatté et captivé par l'analyse de ses œuvres produite par le chroniqueur au bénéfice de milliers de lecteurs du magazine *Scientific American* : « Je pense que votre article est excellent. Il décrit très clairement mes gravures, avec des détails intéressants non seulement pour les amateurs de gravures à vocation mathématique, mais aussi pour moi-même. » (traduction libre) [22 ; 40]

Escher déchanta quelque peu par la suite lorsqu'il fut happé de plein fouet par l' « effet Gardner ». La chronique *Mathematical Games* d'avril 1966 [16 ; 18] fut à l'origine d'un regain d'intérêt pour le travail d'Escher qui fit boule de neige. Comme en témoigne cet extrait de lettre rédigée le 6 mai 1966, l'artiste fut rapidement submergé de lettres de lecteurs lui demandant comment se procurer certaines de ses gravures : « Depuis l'article de M. Gardner, mes clients, surtout en Amérique, ne me laissent pas tranquille. » [22 ; 40]

À certains égards, Escher correspond au cliché de l'artiste dont la cote de popularité monte en flèche après sa mort. Son cas diverge cependant du stéréotype, nous l'avons vu, en ceci qu'il jouit de son vivant de l'admiration sans bornes d'un important contingent de mathématiciens et de cristallographes. Toutefois, même le remarquable succès d'estime qu'il connut dans la communauté scientifique n'est en rien comparable avec la notoriété qu'il acquit de façon posthume auprès du grand public, en particulier auprès des jeunes de la contre-culture. Au cours des années 1970 et 1980, ses œuvres attirèrent des foules considérables. À titre d'exemple, plus de 300 000 personnes assistèrent à l'exposition *M.C. Escher: A Centennial Tribute* qui s'est tenue à la National Gallery of Art de Washington au printemps 1998 [40]. De nos jours, les œuvres d'Escher demeurent omniprésentes. On retrouve ses productions graphiques sur la page couverture de manuels de mathématiques et de livres en tout genre, sur la pochette d'albums de musique, sur des affiches, sur des tasses et sur des gaminets.

Si les œuvres d'Escher jouirent d'une popularité soutenue et durable auprès du grand public, les critiques d'art et historiens de l'art, eux, ne les abordèrent jamais autrement qu'avec une attitude dédaigneuse. Un arbitre anonyme de la revue interdisciplinaire *Leonardo* alla même jusqu'à décrire Escher comme « l'artiste préféré du mathématicien philistin » alors qu'un critique d'art du *New York Times* le qualifia de « non-artiste dans le monde de l'art » [40]. D'autres se donnèrent la peine d'écrire abondamment à son sujet, mais dans le but d'exprimer avec prolixité leur condescendance :

> Bien que l'œuvre d'Escher conserve un attrait intellectuel remarquable, ses réalisations artistiques peuvent être considérées comme peu significatives. Il n'a jamais exploré d'autres techniques que la lithographie, la gravure sur bois et, occasionnellement, l'aquarelle. Ses dessins au crayon sont souvent intéressants, mais conservent toujours leur état préparatoire, atteignant rarement une valeur artistique autonome. Il n'a jamais utilisé la couleur comme moyen d'expression, à l'exception du chromatisme très simplifié de quelques lithographies. (traduction libre)

Il étend ensuite cette critique aux limites formelles et figuratives de l'œuvre.

> La troisième dimension n'a jamais été explorée, à l'exception de quelques œuvres et objets occasionnels ayant un but pratique évident (comme l'astucieuse boîte à bonbons [...]) [...] Les corps humains, en particulier, présentent un curieux aspect grotesque, qui pourrait bien être un résultat intentionnel activement recherché, mais qui révèle une difficulté fondamentale à représenter la structure anatomique humaine. (traduction libre) [9]

Même s'il fut toujours boudé par l'intelligentsia artistique, Escher put compter sur l'appréciation explicite et le soutien indéfectible de certains grands collectionneurs d'art comme Cornelius Van Schaack Roosevelt III (1915-1991). Fervent admirateur de l'œuvre d'Escher, ce vétéran américain de la Seconde Guerre mondiale et petit-fils du président Theodore Roosevelt se désola du peu d'égards par les acteurs du milieu de la critique artistique aux productions de son artiste préféré et n'hésita pas à émettre certaines réserves au sujet de la bonne foi et de la compétence de certains supposés spécialistes : « Lorsqu'un critique d'art tape du pied avec ironie et déclare qu'il méprise Escher, on se souvient de la légende du dessin animé : "Les voilà ! Je dois me dépêcher de les suivre, car je suis leur chef". » (traduction libre) [40]

Aux yeux de Roosevelt, il ne fait aucun doute qu'il y avait dans l'œuvre d'Escher une telle originalité que l'artiste défie toute catégorisation :

> Peu importe ce que le monde pensait de lui, Escher a toujours suivi imperturbablement sa propre voie. Il nous rappelle un alchimiste moderne expérimentant ingénieusement et fanatiquement ses boules et ses miroirs magiques, ses animaux et ses livres, ses formules magiques et ses concepts magiques. Personnage merveilleusement obstiné, devenu artiste, puis penseur, philosophe et chaman, Escher insistait : « Toutes mes œuvres sont des jeux, des jeux sérieux. » (traduction libre) [40]

Au printemps 1962, Escher fut contraint d'annuler une série de conférences prévues en Amérique du Nord pour subir une opération d'urgence dont il peina à se remettre.

À partir de ce moment, l'artiste ne retrouva plus jamais la même vitalité et la même capacité de produire de nouvelles œuvres au même rythme que ce à quoi il avait jusque-là l'habitude. Parmi les œuvres notables qu'il produisit après cet épisode de maladie, on retrouve *Moebius Strip II* (1963), une xylographie représentant un ruban de Möbius parcouru par des fourmis rouges ; *Knots Colour* (1965), une œuvre réalisée avec pinceau et crayon représentant un ruban de Möbius entortillé à la manière de deux maillons de chaîne ; *Metamorphosis III* (1968), une immense gravure sur bois de 19 cm sur 680 cm reprenant en partie les motifs de *Metamorphosis II*.

Le 1er octobre 1964, Escher s'envola pour le Canada en vue de rendre visite à son fils George. Il devait du même coup se rendre aux États-Unis afin d'y réaliser des présentations de son travail au Massachussetts Institute of Technology de même qu'aux Bell Laboratories. Toutefois, à peine avait-il foulé le sol canadien qu'il tomba gravement malade et dût être admis à l'hôpital St. Michael's de Toronto pour y subir une nouvelle opération d'urgence [40]. Tous les engagements d'Escher en tant que conférencier furent annulés et il n'eut plus jamais l'occasion de donner de telles conférences.

En juillet 1969, Escher apporta la touche finale à sa toute dernière œuvre, une xylographie appelée *Snakes*. Peu après, en 1970, Escher quitta Baarn pour emménager dans une maison de retraite pour artistes située dans le village voisin de Laren. Il fut emporté deux ans plus tard, le 27 mars 1973, à l'âge de 73 ans, par un cancer du côlon [40].

Les centaines de pavages du plan qu'il avait produits au cours de sa vie continuèrent à susciter un large intérêt et à inspirer des chercheurs dans leur quête de connaissance, si bien que plus d'une décennie après sa mort, en mars 1985, se tint à l'Université de Rome un congrès interdisciplinaire entièrement consacré à son œuvre artistique [9]. Plus de 300 mathématiciens, physiciens, cristallographes, chimistes, biologistes, psychologues, psychiatres et experts en infographie affluèrent des 4 coins du monde pour l'occasion [9].

Références

[1] Bonner, J. (2017). *Islamic geometric patterns: their historical development and traditional methods of construction*. Springer.

[2] Coxeter, H. S. M. (1957). «Crystal symmetry and its generalizations». *Royal Society of Canada, 3* (51), 1-13.

[3] Coxeter, H. S. M. (1961). *Introduction to Geometry*. John Wiley & Sons.

[4] Coxeter, H. S. M. (1948). *Regular Polytopes*. Methuen & Co.

[5] Coxeter, H. S. M. (1979). «The Non-Euclidean Symmetry of Escher's Picture "Circle Limit III"». *Leonardo*, 19-25.

[6] Coxeter, H. S. M. (1981). «Angels and devils». *The Mathematical Gardner*. Springer.

[7] Coxeter, H. S. M. (1988). «Escher's lizards». *Structural Topology*, (15), 23-30.

[8] Coxeter, H. S. M. (1996). «The trigonometry of Escher's woodcut "Circle Limit III"». *The Mathematical Intelligencer, 18* (4), 42-46.

[9] Coxeter, H. S. M., Emmer, M., Penrose, R., et Teuber, M. L. (1987). *MC Escher: Art and science*. North-Holland.

[10] Du Sautoy, M. (2009). *Finding Moonshine*. Harper Perennial.

[11] Ernst, B. (2007). *The magic mirror of MC Escher*. Taschen.

[12] Escher, M. C. (2000). *MC Escher: the graphic work*. Taschen.

[13] Escher, M. C., et Schattschneider, D. (2004). *Visions of symmetry*. Thames & Hudson.

[14] Fedorov, E. (1891). «Symmetry in the plane» (en russe). *Proceedings of the Imperial St. Petersburg Mineralogical Society, 2* (28), 345-390.

[15] Gardner, M. (1961, avril). «Mathematical Games: Concerning the diversions in a new book on geometry». *Scientific American, 204* (4), 164-176. [www.jstor.org/stable/24937431]

[16] Gardner, M. (1966, avril). «Mathematical Games: The eerie mathematical art of Maurits C. Escher». *Scientific American, 214* (4), 110-121. [www.jstor.org/stable/24930915]

[17] Gardner, M. (1966). «H. S. M. Coxeter». Ch. 17 dans *New Mathematical Diversions from scientific american*. Simon & Schuster.

[18] Gardner, M. (1975). «The art of M. C. Escher». Ch. 8 dans *Mathematical Carnival*. Knopf.

[19] Gardner, M. (1981, octobre). «Mathematical Games: Euclid's parallel postulate and its modern offspring». *Scientific American, 245* (4), 23-34. [www.jstor.org/stable/24964574]

[20] Gardner, M. (1997). «Non-Euclidean Geometry». Ch. 19 dans *The Last Recreations: Hydras, Eggs, and other Mathematical Mystifications*. Copernicus Books/Springer-Verlag New York.

[21] Hargittai, I. (1997). «A great communicator of mathematics and other games: a conversation with Martin Gardner». *The Mathematical Intelligencer*, *19* (4), 36-40.

[22] Hollist, J. T., et Schattschneider, D. (2003). «MC Escher and CvS Roosevelt». *MC Escher's Legacy*. Springer, Berlin, Heidelberg.

[23] Locher, J. L. (1971). *The world of MC Escher*. New York: Abrams.

[24] MacGillavry, C. H. (1965). *Symmetry aspects of MC Escher's periodic drawings*. Utrecht: International Union of Crystallography.

[25] MacGillavry, C. H. (1976). *Fantasy & Symmetry: The Periodic Drawings of MC Escher*. Harry N Abrams Incorporated.

[26] MacGillavry, C. H. (1986). «The symmetry of MC Escher's "impossible" images». *Computers & Mathematics with Applications*, *12* (1-2), 123-138.

[27] Penrose, L. S., et Penrose, R. (1958). «Impossible objects: a special type of visual illusion». *British journal of Psychology*.

[28] Pólya, G. (1924). «Über die Analogie der Kristallsymmetrie in der Ebene». *Zeitschrift für Kristallographie*, *60*, 278-282.

[29] Roberts, S. (2009). *King of infinite space: Donald Coxeter, the man who saved geometry*. Bloomsbury Publishing USA.

[30] Schattschneider, D. (1978). «The plane symmetry groups: their recognition and notation». *The American Mathematical Monthly*, *85* (6), 439-450.

[31] Schattschneider, D. (1987). «The Pólya-Escher connection». *Mathematics Magazine*, *60* (5), 293-298.

[32] Schattschneider, D. (1992). «The fascination of tiling». *Leonardo*, 341-348.

[33] Schattschneider, D. (1994). «Escher: A mathematician in spite of himself». *The lighter side of mathematics*. *Mathematical Association of America*, 91-100.

[34] Schattschneider, D. (1994). «Escher's metaphors». *Scientific American*, *271* (5), 66-71.

[35] Schattschneider, D. (1997). «Escher's combinatorial patterns». *The Electronic journal of Combinatorics*, R17.

[36] Schattschneider, D. (2005). «Coxeter and the artists: Two-way inspiration». *The Coxeter legacy: reflections and projections*, (46), 255-280.

[37] Schattschneider, D. (2010). «The mathematical side of MC Escher». *Notices of the AMS*, *57* (6), 706-718.

[38] Schattschneider, D. (2017). «Lessons in duality and symmetry from MC Escher». *Aesthetics of Interdisciplinarity: Art and Mathematics*. Birkhäuser, Cham.

[39] Schattschneider, D. (2019, juillet). «Escher's polyhedral models». *Proceedings of Bridges 2019: Mathematics, Art, Music, Architecture, Education, Culture*.

[40] Schattschneider, D., et Emmer, M. (2003). *MC Escher's legacy*. Springer Berlin Heidelberg.

[41] Shubnikov, A. V. (1951). *Symmetry and Antisymmetry of Finite Figures*. Acad. Sci.

[42] Shubnikov, A. V., et Belov, N. V. (1964). *Colored symmetry*. Macmillan.

[43] Wichmann, B., et Wade, D. (2017). *Islamic Design: A mathematical approach*. Cham, Switzerland: Birkhäuser.

[44] Wieting, T. (2010, mars). «Capturing Infinity: The Circle Limit Series of M.C. Escher». *Reed Magazine*, 22-29.