JOHN HORTON CONWAY ET LE JEU DE LA VIE

The principal mark of genius
is not perfection but originality,
the opening of new frontiers;
once this is done, the conquered territory
becomes common property.

Arthur Koestler, *The Act of Creation* (1964).

At any given moment there is only a fine layer
between the « trivial » and the impossible.
Mathematical discoveries are made in this layer.

Carl Sagan, *journal personnel* (14 septembre 1943).

It is not only possible to say a great deal in praise of play;
it is really possible to say the highest things in praise of it.
It might reasonably be maintained
that the true object of all human life is play.
Earth is a task garden;
heaven is a playground.

G. K. Chesterton, *All Things Considered* (1908).

With a game,
you shouldn't do anything
as vulgar as play it.

Simon Norton, citation apocryphe.

La chance ne sourit
qu'aux esprits bien préparés.

Louis Pasteur, *Discours à Douai* (7 décembre 1854).

Les mathématiciens, pour la plupart, sont des spécialistes. Ils œuvrent dans un domaine de niche. Quelques-uns parviennent à maîtriser deux, trois, voire quatre sous-disciplines différentes, mais apparentées. Infiniment rares sont ceux que l'on pourrait qualifier de généralistes.

John H. Conway fut l'un de ces esprits universels. À sa façon, il sut apporter une contribution originale de premier ordre dans un si grand nombre de champs des mathématiques que l'on serait en peine de tous les énumérer. Selon le mathématicien canadien Simon Kochen, le secret du succès de ce mathématicien britannique à nul autre pareil ne peut s'expliquer qu'ainsi :

> Beaucoup de gens investiguent de plus en plus profondément, utilisent des techniques modernes très poussées. Ce n'est pas la façon dont John travaille. Il n'utilise pas trop de choses techniques, ou sophistiquées. Il travaille au niveau de la base, au niveau où il lui est possible d'offrir des explications à n'importe qui en utilisant son intuition. (traduction libre) [76, ch. 1]

Animé, d'une certaine façon, d'un esprit baroque et faisant preuve d'une sensibilité byzantine, Conway entretenait une passion débordante pour les objets mathématiques bizarres ou exotiques [76, ch. 15]. Comme l'indique l'un de ses collaborateurs, Peter Goddard, Conway aimait le cas spécial, restreint, mais unique, là où la vaste majorité des mathématiciens préfèrent le cas général :

> Par ailleurs, sa façon de procéder, qui s'appelle le fractionnement des cas, est souvent désordonnée et inélégante. Conway l'élève à un art très évolué. Quand il le fait, c'est comme regarder un jongleur de classe mondiale. Mais le problème est que si vous essayez de transporter des oranges à l'étage et que vous voyez quelqu'un le faire en jonglant, cela ne vous aide pas vraiment, car vous ne pouvez pas jongler… (traduction libre) [76, ch. 15]

Personnage charismatique, cultivé, naturellement éloquent, volubile, bon vivant, Conway avait à la fois le sens de la formule et la verve poétique. Il parvenait, dit-on, à captiver l'attention en déployant une sorte de charme magnétique et il la conservait grâce à un flux continuel d'histoires, de blagues et d'anecdotes [76, prologue]. Il se distinguait également par une éclatante irrévérence. Il ne fut jamais le genre d'universitaire à s'acquitter volontiers des tâches administratives (corriger des copies d'examen, compiler des notes, évaluer des articles de recherche ou des demandes de subvention, etc.) qui absorbent généralement une part considérable du temps de tout chercheur œuvrant dans le monde universitaire [76, ch. 5]. Encore plus déconcertant : il lui arriva souvent de faire des découvertes, mais de ne jamais se donner le mal de rédiger puis de soumettre pour publication un article savant à leur sujet, comme si le seul plaisir d'avoir pu assouvir sa soif de connaissance lui suffisait. Et pourtant, ceux qui le connurent intimement sont unanimes à dire que Conway aimait par-dessus tout attirer l'attention et qu'il avait une soif inextinguible de reconnaissance. D'ailleurs, s'il y a un trait de caractère qui revient souvent dans la description de Conway que firent ses collaborateurs et amis au fil des décennies, c'est qu'il possédait un ego surdimensionné. « S'il n'était pas aussi bon, je serais incapable de le tolérer. Il est sans le moindre doute original » [76, ch. 10], reconnut candidement le mathématicien américain Elwyn Berlekamp (1940-2019), coauteur avec Richard K. Guy et Conway d'un ouvrage phare en théorie des jeux combinatoires intitulé *Winning Ways for your Mathematical Plays* [4 ; 5].

Pour le scientifique et entrepreneur britannique Stephen Wolfram, il importe de ne pas se laisser abuser par l'ostentation de l'assurance chez Conway. Cette énergie débordante et ce caractère emphatique, voire grandiloquent, ne seraient, selon lui, qu'un mécanisme de défense visant à camoufler une grande vulnérabilité :

> Je pense qu'il tient à impressionner les gens [...] Je pense qu'il se soucie de ce que les gens pensent, de qui obtient le crédit pour telle ou telle chose. Et bien qu'il y ait une grande couche d'espièglerie, je pense qu'il y a... de la compétition ainsi que de l'espièglerie dans ses entreprises. En cela, il me rappelle une personne que je connaissais beaucoup mieux que je ne connais John, le physicien Dick Feynman, qui a écrit ce livre intitulé *What Do You Care What Other People Think?* Et le plus drôle dans ce livre, c'est que [Feynman] se souciait profondément de ce que les autres pensaient, et que toute son activité ludique était en fait un mécanisme d'adaptation à ce souci profond. Les personnes peu sûres d'elles vont souvent se montrer très fortes et très agressives. C'est une façon de faire face à la dynamique interne. (traduction libre) [76, ch. 9]

John Horton Conway vint au monde le lendemain de Noël 1937 à Liverpool, en Angleterre. Son père, Cyril Conway, un enseignant de chimie (une matière qu'il eut notamment le bonheur d'enseigner à deux des membres du groupe The Beatles) [12, ch. 11], l'initia très tôt aux sciences. Le soutien paternel eut pour effet de consolider un talent inné pour les mathématiques qui s'exprima de manière aiguë dès l'enfance.

Au début de l'adolescence, Conway avait déjà une idée très arrêtée du parcours qu'il entendait emprunter. Lui, ce gosse doué, mais intellectuellement paresseux, issu de la classe moyenne inférieure d'une ville industrielle excentrée, il ambitionnait de devenir mathématicien [76, ch. 1]. Et à Cambridge, le plus haut lieu de savoir du Royaume-Uni en la matière, par-dessus le marché !

Cela fut perçu par ses camarades comme de l'outrecuidance. Mais, après quelques années de plus à rêvasser au fond de la salle de classe, le jeune Conway réussit suffisamment bien les examens d'admission à Cambridge pour y assurer sa place et remporter une bourse d'études.

Anticonformiste, irrévérencieux, l'allure négligée (lui qui portait les cheveux longs et la barbe hirsute et qui déambulait en sandales quand ce n'était pas pieds nus), affichant un air provincial et maladroit, hippy bien avant l'heure, Conway éprouva quelques difficultés à s'intégrer dans les milieux raffinés de Cambridge.

Confortablement assis sur son talent, Conway survola ses années de baccalauréat avec légèreté, à la manière d'un dilettante, soit sans vigueur ni concentration. Lorsque parut, dans le numéro de *Scientific American* de décembre 1956, l'article de Gardner qui fut à l'origine de sa chronique *Mathematical Games,* Conway fut l'un de ceux qui attrapèrent la fièvre de la flexigation. Il consacra des centaines d'heures à analyser ces structures origamiques simplement pour s'amuser, pour avoir le plaisir de comprendre.

À l'approche des examens finaux devant déterminer s'il obtiendrait ou non son diplôme, Conway fut ramené sur terre par quelques sérieuses contre-performances dans des examens blancs [76, ch. 3]. Non seulement il s'était montré incapable de résoudre les problèmes qu'on lui avait soumis, mais il avait même été incapable de déchiffrer les questions ! Réalisant qu'il avait trop procrastiné, Conway mit en œuvre la stratégie déconcertante consistant à « transformer la nuit en jour » [76, ch. 3], c'est-à-dire à étudier toute la nuit et à dormir toute la journée ; de cette façon, il ne risquait pas d'être tenté d'aller se prélasser sous le chaud soleil printanier aux abords de la rivière Cam plutôt que de rattraper son retard scolaire. Quelques semaines de ce régime lui permirent d'obtenir son diplôme et ainsi de sauver l'honneur. Pour quelqu'un qui aspirait à une carrière de chercheur, ses résultats universitaires laissaient gravement à désirer. Suivant l'obtention de son diplôme de premier cycle en 1959, Conway se vit décerner malgré tout une bourse lui permettant d'entamer des études supérieures au sein de la même faculté. Force est d'admettre que le jeune homme dût son passage au doctorat à sa flamboyance intellectuelle (celle-ci le plaça dans les bonnes grâces du professeur Christopher Zeeman, qui eut de bons mots à son endroit et qui lui écrivit des lettres de recommandation laudatrices) bien davantage qu'à ses notes [76, ch. 3].

Conway fut placé sous la direction de Harold Davenport, le chef de file mondial dans le domaine de la théorie des nombres [76, ch. 3]. Sur la recommandation de Davenport, Conway s'attaqua à un cas particulier d'un redoutable problème formulé par Edward Waring en 1770 concernant l'expression des nombres comme somme de n-ième puissance[1].

Ayant généralement procrastiné pendant toute la période écoulée depuis son précédent rendez-vous hebdomadaire avec Davenport, Conway se retrouva souvent à devoir travailler d'arrache-pied dans l'urgence pendant quelques heures pour arriver à développer quelques idées intéressantes et ainsi à donner à son superviseur l'impression qu'il avait travaillé assidûment [76, ch. 3]. Lorsque rien de moindrement pertinent ne lui venait, alors il s'en remettait à sa stratégie d'évitement consistant à mentionner ses progrès sur d'autres problèmes que celui sur lequel il était censé avoir planché. Il semble que Conway abusa de ce leurre car, des années plus tard, Davenport tint les propos suivants : « J'eus deux très bons étudiants. [Alan] Baker [...] à qui je donnais un problème et qui revenait avec une très bonne solution. Et Conway, à qui je donnais un problème et qui revenait avec une très bonne solution à un *autre* problème. » (traduction libre) [76, ch. 3].

Bien qu'il n'arrivât jamais à s'enthousiasmer au sujet du problème de la somme des cinquièmes puissances, Conway parvint ultimement à le résoudre : il montra que tout entier positif peut être exprimé comme

1. Ce problème fit l'objet d'une chronique *Mathematical Games* en décembre 1973 [26 ; 57].

la somme d'au plus 37 puissances cinquièmes[2]. La solution qu'il soumit à un Davenport quelque peu dubitatif, loin de lui attirer les félicitations qu'il croyait mériter, lui valut plutôt un commentaire qui eut sur lui l'effet d'une douche froide : « Monsieur Conway, ce que vous avez ici, dit Davenport, est une bien piètre thèse de doctorat » [76, ch. 3]. Pauvre en idées novatrices, l'ébauche de thèse de Conway ne contenait que des calculs peu inspirants. Jouant à contre-emploi, le thésard, quelque peu froissé dans son amour-propre, suivit le conseil de son directeur d'études et, plutôt que de soumettre cette thèse pour évaluation[3], il choisit de s'attaquer à un nouveau problème s'inscrivant dans ce qu'il convient d'appeler les fondements des mathématiques. En 1964, Conway arriva – en deux ans de plus qu'il n'en faut habituellement – au bout de son parcours doctoral. Sa thèse, dans laquelle il apportait la solution à la seconde question considérée, fut jugée suffisante pour assurer l'obtention de son diplôme, mais sans plus. « C'est l'histoire de ma vie », confiera-t-il, pensif, des décennies plus tard à sa biographe en se remémorant cette deuxième sous-performance [76, ch. 4].

Ayant maintenant son diplôme en poche, il ne manquait à Conway qu'un emploi et, dans un contexte socio-économique compliqué, ce n'était pas là qu'un léger détail ! Grâce au patronage de quelques professeurs qui surent voir au-delà de ses défauts (sa paresse et une expansivité singeant l'arrogance pour mieux camouflant un manque de confiance en soi) et qui virent en lui un grand potentiel (encore largement inexploité), Conway se vit confier une charge de maître de conférence en logique mathématique ainsi qu'un *fellowship* du collège Sidney Sussex de l'Université de Cambridge.

Compensant son proverbial manque de rigueur et de structure par sa candeur et son sens du spectacle, Conway fut un enseignant fort populaire et apprécié. Agissant avec une sorte de nonchalance caractéristique, il s'en remettait constamment à son talent créatif et à son esprit aiguisé pour improviser au fur et à mesure. N'étant pas aussi familier qu'il aurait dû l'être avec la littérature scientifique

2. Il s'agit en fait d'un résultat optimal, car il est impossible d'exprimer le nombre 223 comme somme de strictement moins de 36 puissances cinquièmes. En revanche, ce nombre peut être obtenu en prenant la somme de 6 fois et 31 fois.

3. La preuve de Conway ne fut ni soumise pour évaluation par un jury de thèse ni même soumise pour publication. Le problème de la somme des cinquièmes puissances fut résolu de manière indépendante par le mathématicien chinois Chen Jingrun en 1964.

canonique, il réinventait la roue en allant jusqu'à développer petit à petit sa propre terminologie inorthodoxe et ses propres preuves originales [76, ch. 5]. De ces premières années comme pédagogue vint un premier livre intitulé *Regular Algebra and Finite Machines* [8]. Paru en 1971, cet ouvrage est adapté des notes de cours savamment compilées par l'un de ses plus brillants élèves à partir de ses propres enseignements décousus.

Conway fut souvent l'instigateur impénitent d'interminables sessions de jeu dans la salle commune des départements de mathématiques dans lesquels il évoluait au cours de pauses-café qui se prolongeaient parfois jusqu'à consumer toute la journée.

Élevant le jeu au rang de sujet de recherche sérieux, Conway inventa des myriades de nouveaux jeux (souvent en modifiant ou adaptant les règles de jeux préexistants dans l'intention de les rendre plus divertissants ou imprévisibles). Le *Phutball* (un mot-valise composé de *football philosophique*), un jeu de stratégie abstrait à deux joueurs, compte quant à lui parmi les jeux créés de toute pièce par Conway. Bien que la paternité du jeu lui revienne, Conway ne fut jamais un joueur de Phutball très doué. D'ailleurs, il n'y a pas un seul jeu sur Terre pour lequel on puisse dire que Conway fut un joueur doué :

> Il aime pratiquer une flamboyante stratégie de jeu détourné, prenant intentionnellement du retard avec des jeux inexplicablement loufoques. Les adversaires, témoins de cette folie, tendent à baisser leur garde et deviennent négligents, perdant progressivement du terrain. Puis Conway passe à l'action. En général, cette stratégie se retournait contre lui et il perdait comme prévu. De temps en temps, en fonction de la chance [...], Conway réussissait à s'engouffrer par-derrière et à remporter une victoire spectaculaire. (traduction libre) [76, ch. 5]

Conway aimait les jeux simples et enfantins se déroulant à toute vitesse [76, ch. 5]. Il n'avait aucun intérêt pour les jeux nécessitant de se plonger dans de longues et intenses réflexions. Il n'acceptait d'ailleurs de jouer aux échecs que si son adversaire lui permettait d'inventer ses propres règles [76, ch. 8].

Martin Gardner fut un témoin privilégié de l'exubérante créativité de Conway. Ce dernier prit en effet sur lui de faire parvenir au chroniqueur de longues lettres dans lesquelles il résumait ses réflexions, ses découvertes et ses inventions relevant des mathématiques récréatives, le tout de façon aussi cohérente que possible (donc dans un fouillis indescriptible d'idées géniales entrecoupées de digressions tout aussi captivantes). Au fil de ces échanges épistolaires, les deux hommes développèrent une amitié sincère et profonde.

Le nom de Conway apparut pour la toute première fois dans les pages du magazine *Scientific American* dans la chronique Mat*hematical Games* de septembre 1966 [13 ; 31]. Le vulgarisateur y traite d'un problème de dissection de carré classique inspiré d'un puzzle formulé en 1917 par l'un de ses héros, Henry Dudeney, et appelé familièrement « le problème de la courtepointe de madame Perkins ». La première chronique *Mathematical Games* s'articulant autour de l'une des trouvailles de Conway date de juillet 1967 [14 ; 30]. Gardner y décrit le jeu de stratégie à deux joueurs *Sprouts* inventé par Conway et par Michael Paterson, un informaticien théoricien qui était alors thésard. Méticuleux, ne négligeant aucun détail dans sa collecte d'information, Gardner bombarda Conway de questions à son sujet ainsi qu'à propos de la genèse de ses idées. Souhaitant canaliser l'attention volatile de Conway dans l'espoir d'obtenir des réponses à ses questions, les lettres de Gardner prirent rapidement la forme d'un questionnaire à remplir. Il prévit même des espaces où Conway était invité à écrire ses réponses :

> **Question** : De quoi l'initiale H. [dans John H. Conway] est-elle l'abréviation ?
> **Réponse** : Horton. Pourquoi tant d'espace pour ça ? Vous attendiez-vous à quelque chose comme Hogginthebottomtofflinghame-Frobisher-Williamss-Jenkinson ? (traduction libre) [76, ch. 5]

Dans les années qui suivirent, le nom de Conway apparut dans un impressionnant nombre d'éditions de la chronique mathématique [15 ; 17 ; 18 ; 22 ; 23 ; 24 ; 25 ; 28 ; 29 ; 33 ; 34 ; 36 ; 37 ; 40 ; 41 ; 42 ; 43 ; 44 ; 46 ; 47 ; 53 ; 54 ; 55 ; 56 ; 59 ; 60 ; 61 ; 62 ; 63 ; 64 ; 66 ; 67 ; 68 ; 69 ; 70 ; 71]. De plus, un nombre tout aussi imposant de chroniques furent entièrement consacrées à des inventions ou découvertes attribuables en tout ou en partie à lui [16 ; 19 ; 20 ; 21 ; 27 ; 32 ; 35 ; 38 ; 39 ; 45 ; 48 ; 49 ; 50 ; 51 ; 52 ; 58 ; 65 ; 73].

Le recueil de chroniques *Mathematical Games* publié en 1975 par Martin Gardner sous le titre de *Mathematical Carnival* est d'ailleurs dédié à

Conway : « À John Horton Conway, dont les contributions continues aux mathématiques récréatives sont uniques par leur combinaison de profondeur, d'élégance et d'humour. » (traduction libre)

Le mathématicien anglais rendit la politesse au vulgarisateur américain en signant en retour une préface fort élogieuse :

> Gardner affirme toujours qu'il n'est pas mathématicien et que c'est la raison pour laquelle il peut expliquer les mathématiques si clairement au profane. Mais il a découvert un certain nombre d'élégants résultats de mathématiques récréatives, et a été indirectement responsable de beaucoup d'autres choses, en stimulant beaucoup d'autres personnes. En effet, la plupart des jeunes mathématiciens que je rencontre me racontent avec enthousiasme qu'ils ont été élevés en lisant les « chroniques de Martin Gardner ».

À quiconque le croisait dans les corridors du département de mathématiques de l'Université de Cambridge, Conway donnait l'impression de traverser les années 1960 dans une allégresse que seul un enfant dans un magasin de jouets saurait égaler. Toutefois, intérieurement, bien qu'il eût réalisé son rêve d'enfance et bien qu'il se soit amusé au passage, Conway était plutôt déprimé. À l'approche de la trentaine, il n'était pas sans savoir que ses premières années dans le monde universitaire – comme ses années d'étudiant d'ailleurs – étaient totalement dépourvues de lustre. Il n'avait aucune réalisation d'envergure à son actif. Improductif, dissipé, Conway craignait de perdre son emploi [12, ch. 11 ; 76, ch. 5]. Se sentant pris au piège dans un rôle de maître de conférences en fondements de la logique (une sous-discipline qui ne le faisait pas vibrer), il passait le plus clair de son temps à jouer au backgammon dans la salle commune avec des étudiants plutôt que de s'investir en recherche, et cela ajoutait à son sentiment de culpabilité. Conway se savait capable de grandes choses, si seulement il pouvait vaincre l'inertie [12, ch. 11 ; 76, ch. 5].

La vie de Conway changea du tout au tout en 1968. Tel le Prince de Machiavel, Conway put enfin compter sur un apport favorable de la contingence (*fortuna*). Conjuguée à ses habiletés et à son énergie (*virtù*), cela lui permit d'enfin commencer à réaliser son haut potentiel.

Avant d'aller plus loin, il nous faut présenter quelques éléments contextuels. Pour ce faire, nous suivrons le mathématicien Marcus

Du Sautoy, professeur à l'Université d'Oxford, dans son survol d'une page importante de l'histoire des mathématiques :

> Depuis plusieurs millénaires, les mathématiciens accumulent progressivement des formes symétriques au fur et à mesure de leurs explorations. Mais la symétrie est un concept glissant [...] Il a fallu une percée étonnante dans la ferveur révolutionnaire du Paris du 19e siècle pour qu'émerge un nouveau langage capable de saisir la véritable signification de ce mot. [Il s'agit de] la théorie des groupes [...] L'une des découvertes les plus importantes révélées par ce nouveau langage [...] était que derrière la symétrie se cachait un concept d'éléments constitutifs primaires [...]. (traduction libre) [12, ch. 1]

Il souligne ensuite que cette perspective conduit à une forme d' « arithmétique de la symétrie », où les objets symétriques peuvent être décomposés en constituants irréductibles.

> [L]e langage de la symétrie a fait apparaître le fait [...] subtil que, tout comme la division des nombres, chaque objet symétrique pouvait également être divisé en certains objets plus petits dont la collection de symétries était, elle, indivisible [...] L'élément crucial de ces groupes de symétries indivisibles était le fait qu'ils étaient les éléments constitutifs primaires à partir desquels tous les objets symétriques pouvaient être construits. (traduction libre) [12, ch. 1]

Les mathématiciens ont mis longtemps à saisir pleinement l'idée de ce qui rendait un objet symétrique indivisible, nous dit encore le professeur du Sautoy mais, au début de l'année 1900, la classification des éléments constitutifs de la symétrie allait bon train. La liste des éléments connus incluait : les groupes cycliques d'ordre p où p est un nombre premier (les éléments d'un tel groupe peuvent être assimilés aux rotations d'un polygone à p côtés), les groupes alternés de degré n pour un nombre naturel n (assimilable à l'ensemble des permutations d'un ensemble fini à n éléments), et les groupes de type Lie, nommés ainsi en raison du rôle que joua le mathématicien norvégien Sophus Lie (1842-1899) dans leur découverte [12, ch. 8 ; 76, ch. 6]. Seule ombre au tableau, un mathématicien français du nom d'Émile Mathieu (1835-1890) avait découvert en 1860 cinq groupes qui semblaient n'appartenir à aucune des classes de groupes connues. Plus étrange encore, ces groupes ne semblaient pas eux-mêmes être les représentants de nouvelles classes infinies de groupes. Selon toute vraisemblance, il s'agissait de cinq petits singletons isolés désespérément irréconciliables avec les autres types de groupes [12, ch. 8 ; 76, ch. 6]. On appela ces cinq anomalies des *groupes sporadiques*. En existait-il d'autres ou bien la liste dressée par Émile Mathieu était-elle exhaustive ? Plus de 100 ans s'écoulèrent avant que la question ne soit tranchée.

En août 1966, le Congrès international des mathématiciens – cet événement fort couru au cours duquel est attribuée tous les 4 ans à 4 mathématiciens de moins de 40 ans la médaille Fields, récompense étant aux mathématiques ce que le prix Nobel est à la physique, à la chimie et à la médecine – se réunit à Moscou. Pour Conway, il s'agissait d'une première participation à un congrès d'envergure. Entre deux exposés, alors qu'il engouffrait un sandwich, Conway vit un jeune homme qu'il ne connaissait ni d'Ève ni d'Adam venir vers lui et lui demander : « Vous êtes Conway, n'est-ce pas ? » [76, ch. 6]. Son interlocuteur, qui se présenta comme étant un étudiant au doctorat à l'Université d'Édimbourg répondant au nom de John K. S. McKay (1939-2022), affirma être détenteur d'un renseignement d'intérêt au sujet d'un objet symétrique remarquable émergeant des mathématiques appliquées, mais provenant des mathématiques pures [76, ch. 6]. Afin d'y voir plus clair dans les explications qu'il donnât à Conway, il nous faut débuter par un léger préambule :

> [L]orsqu'un épicier empile des boîtes de conserve de soupe sur une étagère, il les aligne généralement en rangées et en colonnes de sorte que, vues d'en haut, les boîtes soient disposées en ce que l'on appelle un treillis carré. Mais si l'épicier veut placer le plus grand nombre possible de boîtes de conserve sur l'étagère, ce n'est pas la façon la plus efficace de procéder. (traduction libre) [12, ch. 11]

Il appert que la disposition la plus efficace est le réseau hexagonal. L'adjectif hexagonal vient de ce que si l'on relie les points centraux de six cercles entourant un cercle central, on obtient un hexagone. « Les mathématiques qui expliquent pourquoi le réseau hexagonal est la manière la plus efficace de disposer des cercles ont été découvertes par [le mathématicien français de l'époque des Lumières] Joseph-Louis Lagrange », nous dit encore du Sautoy [12, ch. 11]. Il découle en effet des travaux de Lagrange que si l'on dispose les boîtes de conserve suivant un réseau hexagonal alors celles-ci couvriront au total un peu plus de 90 % de la tablette. En revanche, le treillis carré ne permet de recouvrir qu'environ 78 % de la surface.

> Une fois que l'épicier [...] passe à l'empilage des oranges, le problème gagne une nouvelle dimension. Au lieu de cercles bidimensionnels, il s'agit maintenant de trouver la manière la plus efficace d'empiler des sphères tridimensionnelles. Ici, l'épicier opte généralement pour ce que l'on sait maintenant être la manière la plus efficace de disposer les oranges. Il commence par une couche d'oranges disposées selon une configuration hexagonale. Puis, par-dessus, il place une autre couche hexagonale, de sorte que chaque orange de la deuxième couche se niche entre trois oranges de la première couche. Il répète l'opération au fur et à mesure que la tour d'oranges grandit. Chaque orange touche 12 autres oranges : 6 dans sa propre couche, et 3 dans chacune des couches adjacentes [...] En 1661, Kepler a conjecturé que c'était ce que l'épicier pouvait faire de mieux. Gauss a prouvé [que c'était vrai] en 1831. (traduction libre) [12, ch. 11]

Les mathématiciens, à la différence des épiciers, ne se restreignent pas aux espaces bidimensionnels ou tridimensionnels. Ce manque de scrupule à considérer des espaces présentant un bien plus grand nombre de dimensions permit, dans les années 1960, au mathématicien John Leech (1926-1992) de faire une découverte éblouissante : dans un espace à 24 dimensions, il existe une façon nettement plus efficace d'effectuer un empilement compact de sphères 24-dimensionnelles identiques que de simplement assembler les sphères en suivant une structure hexagonale généralisant les méthodes optimales dans un monde bidimensionnel ou tridimensionnel. Leech suspecta que le secret de l'efficacité de cet étonnant arrangement résidait dans le grand nombre de symétries que possède le réseau de points où se situeront ultimement les centres des sphères 24-dimensionnelles [12, ch. 11].

Estimant ne pas avoir acquis une maîtrise suffisante de la théorie des groupes – soit le cadre conceptuel se prêtant le mieux à l'étude des symétries – pour pouvoir espérer démystifier à lui seul cette histoire de réseau aux nombreuses symétries, Leech chercha plutôt à intéresser d'autres chercheurs à la question. Ses efforts de prosélytisme mathématique échouèrent en grande partie. Il parvint à recruter un adepte en la personne de John McKay.

Dans toute cette histoire, McKay ne joua guère plus qu'un rôle d'intermédiaire. Mais ce rôle, même effacé, fut décisif. Le problème que lui avait exposé McKay ayant indéniablement piqué sa curiosité, Conway entreprit dès son retour à Cambridge une exploration sommaire du réseau de Leech afin de voir de quoi il en retournait. Quelques heures de travail lui suffirent pour constater que dans cette géométrie, les symétries étaient aussi foisonnantes que variées ; la quantité de travail à abattre afin d'escompter y voir plus clair ne serait rien de moins que colossale [12, ch. 11].

Or, à cette époque, le département de mathématiques de l'Université de Cambridge venait tout juste d'accueillir en son sein l'un des plus réputés spécialistes de la théorie des groupes : l'Américain John Griggs Thompson. Estimant que le nouveau titulaire de la chaire Rouse Ball de mathématiques était la personne tout indiquée pour déterminer à quoi ressemblaient les symétries du réseau de Leech, Conway tenta pendant plusieurs mois d'éveiller subtilement son intérêt pour cette question, mais sans grand succès [12, ch. 11 ; 76, ch. 6]. Fatigué de tourner autour du pot, Conway tendit une embuscade à Thompson dans la salle commune et lui demanda tout de go : « Dis, tu ne vas pas réfléchir à la question que je t'ai soumise, n'est-ce pas ? », ce à quoi l'algébriste répondit par la négative. Lisant la déception sur le visage de Conway, il ajouta : « Écoute, si tu parviens à trouver la taille de ce groupe [c'est-à-dire le nombre de symétries qu'il possède], alors j'y accorderai mon attention. En attendant, je ne suis pas intéressé. » Sur ce, le mathématicien américain tourna les talons et partit.

Conway reçut cette dernière phrase comme un défi [12, ch. 11 ; 76, ch. 6]. Il rentra précipitamment à la maison pour s'y ressaisir et établir un plan d'action en vue d'entreprendre une étude systématique des symétries du réseau de Leech. Sur le plan de l'organisation du travail, il convint d'y consacrer douze heures chaque samedi (de midi à minuit) et six autres heures chaque mercredi (de 18 h à minuit) [12, ch. 11]. Il va sans dire que sa conjointe ne déborda pas d'enthousiasme à l'idée de voir leur temps en famille être ainsi amputé. Elle y consentit néanmoins à contrecœur puisque, l'anxiété de performance et les remises en question intérieures de son conjoint ne lui ayant pas échappé, la possibilité de voir ce dernier se libérer de son sentiment d'affliction en réalisant un premier gros coup lui semblait être un effort qui en valait la chandelle.

Conway put donc se mettre au travail dès midi le samedi suivant. Après avoir exploré quelques avenues aboutissant rapidement dans des culs-de-sac, il eut l'idée de conjecturer que le réseau de Leech devait posséder une certaine symétrie *cachée* ou *manquante* en ce sens qu'elle n'était pas clairement identifiable ou perceptible à première vue. Sous cette seule hypothèse, il parvint à agencer quelques éléments d'informations puis, vers 18 h, au terme d'un long enchaînement de déductions logiques, il était arrivé à calculer le nombre de symétries que cette configuration devait posséder [12, ch. 11].

Alors que le jour cédait la place au soir, il était parvenu à déduire que le réseau de Leech avait soit 4 157 771 806 543 630 000 symétries, soit le double, c'est-à-dire 8 315 553 613 086 720 00 symétries. Loin d'avoir une confiance inébranlable en ses calculs, Conway s'estima néanmoins assez confiant pour oser passer un coup de fil à Thompson. Dès qu'il apprit le nombre de symétries, celui-ci se montra fort intéressé, voire excité. Moins d'une demi-heure plus tard, il rappela Conway pour l'informer qu'il avait été en mesure de vérifier que la réponse, si les calculs de Conway étaient corrects, devait être 8 315 553 613 086 720 000 symétries. Plus intéressant encore, Thompson confirma que – sous réserve de la validité des calculs – la structure que venait d'analyser Conway devait être un nouveau groupe sporadique, car les symétries de cette structure étaient si inextricablement liées qu'elles ne sauraient être obtenues en assemblant des symétries plus petites et bien connues [12, ch. 11 ; 76, ch. 6]. Mais le meilleur était encore à venir : Thompson avait pu établir que ce nouveau groupe sporadique, à supposer qu'il existe, devait contenir presque tous les autres groupes sporadiques ayant été découverts jusqu'ici de même que deux autres groupes sporadiques auparavant inconnus. Ainsi, non seulement Conway semblait sur le point de découvrir trois nouveaux groupes sporadiques, mais il semblait même d'établir pour la toute première fois un lien unissant ce qui ressemblait naguère à un fouillis de groupes exceptionnels n'entretenant aucun lien entre eux [12, ch. 11].

Toutefois, il était trop tôt pour célébrer. Pour en arriver à obtenir cette réponse, Conway avait dû postuler l'existence d'une symétrie cachée ou manquante [76, ch. 6]. Conscient qu'il disposait encore de cinq heures avant minuit, il se mit donc en quête de la symétrie qui, si elle existait, confirmerait sa découverte. Vers 22 h, il avait suffisamment progressé pour justifier de déranger à nouveau Thompson [76, ch. 6]. Il informa ce dernier qu'il avait possiblement identifié la symétrie recherchée ; il ne lui restait plus qu'à vérifier que celle-ci avait réellement l'effet désiré. Pour l'heure, il était fatigué. La vérification devrait donc attendre jusqu'à la prochaine plage de disponibilité qu'il avait obtenue à l'arraché au terme de longues négociations auprès de son épouse. Aussitôt le combiné du téléphone raccroché, Conway, aussi fatigué fût-il, incapable de se résoudre à aller au lit alors qu'il parvenait à effleurer du bout des doigts la découverte qui sans le moindre doute lui vaudrait de passer à la postérité, se remit au travail. Moins de deux heures plus tard, il téléphona à nouveau à Thompson, cette fois pour l'informer qu'il était parvenu à réduire le problème à un ensemble de 40 calculs devant permettre de vérifier ou d'invalider son intuition initiale. Ces calculs devraient toutefois attendre au lendemain, car il était crevé et devait impérativement dormir quelques heures avant de pouvoir poursuivre [76, ch. 6]. À ceux qui doutent de la puissance de l'extase qui accompagne la découverte scientifique, en voici une autre preuve. Ayant déjà résisté à l'appel de l'oreiller à deux reprises, Conway rassembla toutes ses dernières énergies et, plutôt que d'aller dormir, il effectua chacun des 40 calculs puis, vers minuit vingt, il téléphona – pour la quatrième et dernière fois de la soirée – à Thompson pour l'informer qu'il était parvenu à identifier la symétrie manquante, confirmant ainsi la découverte de 3 nouveaux groupes sporadiques [76, ch. 6]. Tout juste un peu plus de 12 heures avaient suffi à Conway pour réaliser une découverte pour laquelle il s'attendait à devoir consacrer des mois de travail. Ces 12 heures, comme nous le verrons, changèrent sa vie.

La découverte des trois groupes de symétrie, qu'on appelle désormais les groupes de Conway Co_1, Co_2 et Co_3, fut un moment d'intense émotion pour le fantasque mathématicien cambridgien.

> Je savais que j'étais un bon mathématicien, mais je n'avais pas fait le travail pour le prouver. Je me sentais vraiment déprimé depuis plusieurs années. Je me sentais vraiment coupable du temps que je passais à jouer au backgammon dans le département. Des personnes sérieuses passaient devant moi en me jetant des regards désapprobateurs. La découverte de ce groupe a effacé ce sentiment de culpabilité. Elle a supprimé mes sentiments négatifs. (traduction libre) [12, ch. 11]

Celui-ci se fit alors une promesse que, fidèle à lui-même, il formula de manière maximalement grandiloquente [76, ch. 6] :

T'inquiéter, tu cesseras.
Coupable, point tu ne te sentiras.
Ce qui te plaît, tu feras.

Dès lors, tel Don Quichotte laissant son cheval Rossinante décider le chemin, Conway résolut de toujours aller là où sa curiosité insatiable ainsi que son imagination débridée le mèneraient. Plus jamais il ne se détournerait d'un sujet qui avait su capter son intérêt du simple fait que ses collègues mathématiciens le considéraient comme sans valeur ou comme appartenant aux mathématiques dites récréatives.

L'adoption d'une telle attitude décomplexée sourit à Conway : « Avant, tout ce que je touchais n'aboutissait à rien. À partir de ce moment, je devins le roi Midas. Tout ce que je touchais se transformait en or » (traduction libre) [76, ch. 6].

Lorsqu'il constata sa soudaine prolificité (sur laquelle nous allons maintenant nous pencher), l'emphatique mathématicien anglais se vanta de jouir de la *propriété de Hotspur*, un nom faisant allusion au passage suivant de la première scène de l'Acte III de la pièce historique *Henry IV* de William Shakespeare :

GLENDOWER	*Je puis appeler les esprits du fond de l'abîme.*
HARRY PERCY, DIT HOTSPUR	*Et moi aussi je le peux, et s'il n'y a pas un homme qui ne le puisse ; mais viendront-ils quand vous les appellerez ?*

Pour le dire avec les mots de Siobhan Roberts, sa biographe, « pour Conway désormais ils vinrent » [76, ch. 6].

Ajoutons que la découverte de la constellation de groupes portant son nom consacra la place de choix de Conway dans le vedettariat mathématique. À partir de ce moment, il figura de façon régulière dans la liste des orateurs invités[4]. On l'invita dans le monde entier pour qu'il vienne raconter devant des foules de chercheurs les détails croustillants de la découverte de ses joyaux : les groupes sporadiques

4. Conway vint notamment à Montréal pour y faire un exposé. Ni le froid de l'hiver québécois ni les 20 centimètres de neige attendus ce jour-là ne suffirent à le faire renoncer à son habitude de déambuler en sandales [76, ch. 6].

Co_1, Co_2 et Co_3, parfois regroupés sous l'appellation de *constellation de Conway.*

En 1970, un an après les moments euphoriques que nous venons de décrire, Conway fut informé qu'un mathématicien allemand nommé Bernd Fischer (1936-2020) venait d'annoncer la découverte d'une nouvelle constellation de trois groupes sporadiques de plus grande taille que ceux qu'il avait lui-même décelés. Sur le plan humain, Conway ne se montra guère enchanté de voir ses groupes être ainsi éclipsés par ceux de Fischer. Mais il fit contre mauvaise fortune bon cœur. Fischer fut, quelques années plus tard, à l'origine d'une autre découverte intrigante. Il obtint en effet des indices laissant croire qu'il pourrait exister trois groupes si grands que, en comparaison, le nombre de symétries des groupes composant les constellations de Conway et de Fischer passerait pour une quantité négligeable [12, ch. 11].

Fischer et Conway multiplièrent les occasions de rencontre et d'échange, dans l'espoir que la mise en commun de leur expertise et de leurs idées respectives leur permettrait ultimement de mettre le doigt sur ces trois hypothétiques groupes de symétrie. Au cours de l'une de ces sessions de travail, Conway soutint qu'il serait préférable – dans un souci de clarté, d'économie de temps et de simplicité d'énonciation – d'attribuer un nom provisoire à chacun des trois hypothétiques groupes : « Appelons le plus petit des trois *Bébé Monstre*, le second *Monstre Moyen* et le plus grand *Super Monstre* » [12, ch. 11]. Comme on peut s'y attendre, ces noms rigolos s'ancrèrent définitivement dans l'imaginaire collectif, à une nuance près : des considérations mathématiques avancées révélèrent qu'il ne saurait exister de Super Monstre. Ce titanesque groupe hypothétique n'avait été qu'un mirage [12, ch. 11]. L'existence du Bébé Monstre et du Monstre Moyen, elle, demeurait plausible. Avec la démonstration de l'insoutenabilité de l'hypothèse de l'existence d'un Super Monstre, cependant, le qualificatif *Moyen* devenait superflu. Le Monstre Moyen devint donc tout simplementle *Monstre*. Suivant ce changement de nom, on parvint rapidement à démontrer que si Bébé Monstre il y avait, alors la bête devait avoir :

$$4\,154\,781\,481\,226\,426\,191\,177\,580\,544\,000\,000$$

symétries, soit plus de symétries qu'il y a d'étoiles dans l'univers. Quant au Monstre, s'il existait, il devait en avoir :

$$808\,017\,424\,794\,512\,875\,886\,459\,904\,961\,710\,757\,005\,754\,368\,000\,000\,000,$$

MEP_Martin_Gardner_E5.indd 155 2026-03-30 12:55:45

un nombre prodigieusement grand ! Si grand, en tout cas, que les ordinateurs de l'époque s'avéraient incapables de traiter les calculs qui auraient pu permettre d'établir l'existence du Monstre. La chasse au Monstre, qui allait maintenant s'ouvrir, promettait d'être extraordinairement sportive puisque non seulement plusieurs candidats aspirant aux grands honneurs avaient les yeux rivés sur le même objectif (la capture du Monstre), mais l'exploit devrait être réalisé à mains nues.

En 1954, lors du Congrès international des mathématiciens à Amsterdam, un appel avait été lancé pour essayer collectivement de cerner les limites du monde de la symétrie. Le programme consistait (1) à établir une liste exhaustive des groupes de symétries *indivisibles* connus ; puis (2) à exploiter les nombreuses contraintes théoriques inhérentes pour démontrer qu'il ne pouvait en exister d'autres. Le mathématicien américain Daniel Gorenstein fut l'un de ceux qui répondirent à cet appel. Il assuma informellement la direction d'un groupe de chercheurs qui prit à bras-le-corps le second volet du problème. Ainsi s'ouvrit la période de l'histoire de la théorie des groupes que l'on désigne parfois comme la *guerre de Trente Ans*.

En mettant au jour l'existence de trois nouveaux groupes sporadiques et en contribuant à l'étude des hypothétiques Monstres, Conway, lui, se trouva à prendre la tête d'une bande de jeunes explorateurs intrépides écumant les mers du monde de la symétrie à la recherche d'objets mathématiques toujours plus exotiques, voire saugrenus.

Alors que Gorenstein et ses collègues planchaient sur de longs, laborieux et austères arguments logiques dont les effets cumulés étaient de circonscrire le champ des possibles en matière de symétrie, Conway et ses acolytes, eux, jouaient les grands explorateurs dans une atmosphère festive, ludique, voire hilare [12, ch. 1].

L'équipe menée par Conway (de même que les autres équipes nourrissant la même soif de conquêtes et de gloire) espérait secrètement que le programme de Gorenstein échoue et que leur propre sublime épopée puisse se poursuivre indéfiniment. Mais tel ne fut pas le cas.

Au tournant des années 1980, il devint de plus en plus manifeste, pour reprendre la formule fort à propos du professeur Du Sautoy, que la circumnavigation du monde de la symétrie avait été réalisée [12, ch. 1].

Vingt-sept[5] groupes sporadiques différents avaient été découverts ou conjecturés et il apparaissait de plus en plus clair qu'il ne s'en ajouterait pas de nouveaux. L'exploration était achevée, au grand bonheur de la vaste majorité des mathématiciens. Mais Conway, lui, faisait exception. À ses yeux, chaque objet hétéroclite est un trésor à chérir [12, ch. 1], plus il y a de créatures aberrantes, mieux c'est. Alors que la classification des groupes simples touchait à son terme, quelqu'un demanda à Conway dans quel état d'esprit la perspective de voir l'aventure prendre fin très prochainement le plongeait. Il offrit une réponse puérilement malicieuse et cryptique à souhait : « Ça me rend pessimiste, mais je garde espoir[6]… »

Fort heureusement pour nous, le toujours si désorganisé mathématicien et sa bande de joyeux camarades eurent l'idée de rédiger une sorte de récit de leurs aventures à la poursuite de nouveaux groupes. Avec l'aide d'un cercle restreint de collaborateurs et amis (Robert Curtis, Simon Norton, Richard Parker et Robert Wilson), Conway avait en effet entrepris dès 1970 de rassembler toutes les informations connues sur les différents groupes *indivisibles* de symétries (dans le jargon technique, ces groupes sont dits *simples*).

Au départ, Conway pensait qu'il ne lui faudrait guère plus d'un an ou deux pour confirmer chaque élément d'information connu au sujet des particules élémentaires de la symétrie (à savoir les groupes simples), corriger les éléments d'information erronés et compléter les informations manquantes. Le quartier général de l'équipe d'explorateur menée par Conway fut bien vite surnommé l'*Atlantis*, car tout l'espace de travail fut vite submergé par des milliers de pages de notes et de calculs [12, ch. 12 ; 76, ch. 11]. En fin de compte, le projet – qui requit la contribution de centaines de mathématiciens de par le vaste monde – consomma 15 ans de leur vie et l'ouvrage qui en résulta ne couvrit qu'une fraction de ce qui était initialement prévu. « Mais ce furent 15 ans principalement occupés à jouer au backgammon », ironisa plus tard Conway [76, ch. 12].

5. Certains spécialistes estiment qu'il serait plus juste de parler de 26 groupes sporadiques et d'un groupe exceptionnel inclassable (soit le groupe identifié par le mathématicien belge Jacques Tits en 1964).

6. Bien que l'annonce officielle de la classification des groupes simples finis ait été faite en 1983, la preuve d'une partie cruciale de l'argument fut jugée trop schématique et approximative par bon nombre de spécialistes pour être entièrement digne de foi. Une version complète et définitive de cette preuve fut obtenue en 2004 par le mathématicien Michael Aschbacher.

Conway se souvint de cette époque comme de l'une des périodes les plus passionnantes de sa vie mathématique. Tel un hôpital, la salle commune du département de mathématiques était débordante d'activité de jour comme de nuit. À toute heure du jour, on pouvait entendre les grognements et les jurons de mathématiciens empêtrés dans des calculs difficiles, le sifflement de la bouilloire, le bruit des machines à écrire mécaniques, ou le cliquetis léger des dés qui s'entrechoquent avant de tomber sur le plateau de backgammon.

De ces efforts, surgit petit à petit l'*Atlas*, un ensemble de tables et de graphiques énumérant et documentant les particules élémentaires de la symétrie à partir desquelles toutes les symétries possibles et imaginables sont construites.

« Dieu merci, c'est excrété », furent les mots de Conway lorsque l'*Atlas* fut enfin soumis à l'éditeur, à quoi Richard Parker rétorqua : « Après 15 ans de constipation. » Simon Norton, toujours en quête de précision, ne put s'empêcher d'ajouter que de comparer leur fastidieux travail à une *grossesse* lui apparaissait être une métaphore plus juste [74, ch. 32 ; 76, ch. 12].

Paru en 1985, l'*Atlas of Finite Groups: Maximal Subgroups and Ordinary Characters for Simple Groups* [10] représente un accomplissement remarquable. À bien des égards, cet ouvrage est aux théoriciens de la symétrie ce que le tableau périodique est aux chimistes. Considérant le rôle central joué – tant dans les sciences abstraites que sont les mathématiques que dans les sciences empiriques comme la physique, la chimie et la biologie – par la symétrie sous-jacente des structures étudiées [12, ch. 11], l'*Atlas of Finite Groups* est bien plus qu'un pédant étalage de connaissances livresques futiles :

> J'appellerais ça de l'érudition. Nous, les mathématiciens, nous sommes généralement un peu moins portés sur l'érudition. Nous faisons de la recherche, des choses novatrices. Je ne dénigre en aucun cas l'érudition, mais ce n'est pas le genre de choses que nous faisons. Nous, les mathématiciens, trouvons quelque chose que personne n'a jamais trouvé auparavant, plutôt que d'organiser des connaissances actuelles. Mais l'*Atlas* était un projet d'érudition. Il s'agissait de prendre un grand nombre d'informations, de les organiser et de les présenter de manière que les gens puissent les assimiler facilement. Et mon Dieu, ça a pris 15 ans. Mais il

> faut dire que c'était 15 ans principalement passés à jouer au backgammon. (traduction libre) [76, ch. 12]

Après les années exaltantes passées à tâcher de débusquer les derniers groupes sporadiques vinrent les lendemains qui déchantent. Flairant l'occasion, William Gordon Bowen, le président de l'Université de Princeton, invita Conway à vaincre l'apathie qui nous habite souvent à la suite de la complétion de projets prenants et de longue haleine en allant passer l'année universitaire 1986-1987 au sein de son département de mathématiques à titre de professeur visiteur. Sachant pertinemment que cela signifiait que cette institution américaine souhaitait l'attirer durablement dans son giron, Conway se prêta au jeu malgré son intention de poursuivre sa carrière à Cambridge [76, ch. 12]. Il fut cependant agréablement surpris de découvrir que son style flamboyant pouvait, aux États-Unis, lui rapporter de considérables dividendes médiatiques et réputationnels. Aussi, en avril 1987, lorsque Princeton lui offrit, comme il l'avait anticipé, un prestigieux poste à plein temps, Conway se trouva aux prises avec une décision plus déchirante que prévu. Il fut frappé d'une si grande indécision qu'il envisagea de s'en remettre au hasard : *pile*, accepter l'offre de Princeton ; *face*, demeurer à Cambridge. Toutefois, son épouse l'en dissuada au motif que cela risquerait de froisser les deux institutions [76, ch. 12]. Après moult tergiversations, Conway changea de camp. C'est la crainte de se laisser peu à peu dominer par une routine qui appauvrit l'esprit s'il demeurait à Cambridge qui s'avéra, en dernière analyse, le facteur décisif. Le génie du jeu sentit en effet qu'aller relever de nouveaux défis lui serait hautement profitable. La nouvelle de son arrivée définitive fut annoncée par le bureau des communications de l'Université de Princeton dans un communiqué de presse au style ampoulé. La nouvelle recrue y était tantôt décrite comme un « phénomène aux multiples facettes » et tantôt comme « l'un des plus éminents mathématiciens du présent siècle » ; certainement de quoi plaire à un personnage dont on ne saurait dire qu'il était dépourvu d'amour propre.

À Cambridge, dans ce qui avait longtemps constitué la garde rapprochée de Conway, son départ fut accueilli avec un mélange de tristesse et de déception. On s'étonna particulièrement qu'il n'ait négocié aucun arrangement pour emmener Simon Norton à sa suite. Brusquement privé de la présence de celui qui lui avait jusque-là, et ce, pendant 17 ans, servi de mentor, Norton, quant à lui, sombra dans une dépression liée au deuil de son âme sœur intellectuelle. Bien qu'il ait toujours été d'un naturel peu bavard et plutôt renfermé, Norton avait besoin – pour que son génie s'exprime – du stimulus que lui apportait la compagnie de John H. Conway et de l'atmosphère ludique et déjantée qu'il savait susciter partout où il passait. Comme il n'y avait maintenant plus personne pour l'inciter à s'attaquer à de nouveaux problèmes, il n'en attaqua aucun [74, ch. 33 ; 76, ch. 12]. Ne pouvant souffrir de garder en son sein un chercheur ayant vu tout désir de chercher le quitter, le département de mathématiques de l'Université de Cambridge ne renouvela pas son contrat[7].

Reportons-nous maintenant un peu en arrière, soit en 1978 alors que les preuves suggérant l'existence du Monstre s'accumulaient, mais que la tâche consistant à construire un objet dont les symétries correspondaient au nombre prédit demeurait inachevée [12, ch. 12]. Cette année-là, Conway et son groupe d'explorateurs mirent au jour une information au sujet du Monstre qui s'avéra ultimement cruciale : le plus petit espace dans lequel on pouvait espérer construire un objet dont les symétries correspondaient à celles du Monstre avait 196 883 dimensions.

Le nombre, 196 883, peut paraître insignifiant. Mais il fut l'indice qui permit la réalisation de ce que le Monstre n'est pas qu'une curiosité algébrique sans importance ni un objet singulier occupant une place marginale dans l'édifice mathématique. Ce nombre, aussi banal puisse-t-il sembler, mit la communauté scientifique sur la piste de la découverte du fait que le groupe Monstre constitue une sorte de pont entre deux sous-disciplines mathématiques disconnexes.

C'est encore une fois par l'entremise de John McKay (qui, entre-temps, avait décroché un poste de professeur à l'Université Concordia) que Conway fut mis au parfum d'une information capitale. Alors qu'il se trouvait de passage à l'Université de Princeton, John Thompson – le spécialiste de la théorie des groupes qui avait aidé Conway à

7. À partir de ce moment, Simon Norton mena une vie de vagabond solitaire en marge du monde universitaire et d'une part considérable de la société. Sans-emploi jusqu'à sa mort le 13 février 2019, il dut son salut à l'assistance financière de sa fortunée famille de bijoutiers londoniens. Il se consacra tout entier à son exorbitante passion pour les autobus. Lorsqu'il n'était pas occupé à voyager aux quatre coins du Royaume-Uni afin d'emprunter tel ou tel circuit, il participait à des campagnes de pression en vue d'inciter le gouvernement en place à augmenter le financement public dédié au transport en commun [74].

lever le voile sur sa constellation de groupes sporadiques – reçut un message cryptique de la part de McKay :

$$196\,884 = 1 + 196\,883$$

Cela peut sembler n'être qu'une vérité de La Palisse, mais pour les spécialistes de la géométrie algébrique, le nombre 196 884 est porteur de sens. Il s'agit en effet de l'un des coefficients apparaissant dans le développement en série de Fourier d'une fonction remarquable, le *j*-invariant, ayant été introduite par le mathématicien Felix Klein (1849-1925) il y a plus d'un siècle et ayant depuis trouvé de multiples applications dans toutes sortes de sous-disciplines mathématiques. Ce développement va comme suit :

$$j(\tau) = q^{(-1)} + 744 + 196\,884q + 21\,493\,760q^2 + 864\,299\,970q^3 + 20\,245\,856\,25\ \mathrm{q}^4 + \ldots,$$

où $\mathrm{q} = \mathrm{e}^{2\pi i\tau}$ C'est en feuilletant un article portant sur la théorie des nombres que les yeux de McKay s'étaient posés sur le nombre 196 884. Se demandant pourquoi ce nombre lui semblait curieusement familier, le chercheur avait alors parcouru en hâte les plus récents articles portant sur le Monstre jusqu'à tomber sur la raison de son sentiment de déjà-vu. Était-ce une coïncidence si la différence entre le troisième coefficient dans le développement en série de Fourier du *j*-invariant et la plus petite dimension dans laquelle le Monstre pouvait être construit était de 1 ? Peut-être. Mais il faut savoir qu'en mathématiques, nombre de choses pouvant sembler n'être que des coïncidences, en définitive, n'en sont pas. Après tout, et c'est là quelque chose d'infiniment fascinant, les mathématiques recèlent des liens cachés unissant contre toute attente des sous-disciplines que tout devrait disjoindre [12, ch. 12].

N'ayant que des questions et aucune réponse, McKay décida de consigner ses observations dans une lettre qu'il adressa à John Thompson. Ce dernier se montra de prime abord sceptique, allant jusqu'à comparer l'observation de McKay à de la pure numérologie infondée [12, ch. 12]. Mais, en bon scientifique, il eut suffisamment d'humilité pour reconnaître qu'il ne fallait jamais rejeter catégoriquement une hypothèse plausible, mais peu probable avant d'avoir effectué quelques vérifications. Afin de tester si l'identité remarquable observée par McKay relevait oui ou non de la plus pure coïncidence, Thompson calcula la deuxième plus petite dimension dans laquelle le Monstre était susceptible d'apparaître. À première vue, la réponse qu'il obtint, à savoir 21 296 876, ne semblait pas coïncider avec le prochain coefficient du développement en série de Fourier du *j*-invariant, à savoir 21 493 760 [12, ch. 12]. Or, l'algébriste ne mit guère de temps à réaliser que

$$21\,493\,760 = 1 + 196\,883 + 21\,296\,876.$$

Décidément, ça commençait à devenir suspect. La troisième plus petite dimension dans laquelle on est susceptible de retrouver le Monstre est 842 609 326. Cette fois, même en additionnant les dimensions, on demeurait loin du compte. C'est alors que Thompson fit une observation qui acheva de le convaincre qu'il ne pouvait s'agir d'une simple coïncidence et que quelque chose de profond et d'infiniment mystérieux se tramait :

$$864\,299\,970 = 1 + 196\,883 + 1 + 196\,883 + 21\,296\,876 + 842\,609\,326$$

Cette identité dégage certes une impression d'être peu naturelle, mais l'affaire réclamait indubitablement une enquête approfondie. Aussitôt qu'il fut rentré à Cambridge, Thompson partagea ses trouvailles avec Conway. Avec l'aide de Simon Norton, celui-ci eut tôt fait de déduire un ensemble complet d'équations linéaires montrant comment passer de l'ensemble des dimensions pouvant abriter le Monstre à celui des coefficients du développement en série de Fourier du *j*-invariant, *et vice versa*. De son propre aveu, parvenir à établir ainsi que les milieux propices à la vie monstrueuse étaient d'une certaine façon programmée dans le *j*-invariant fut l'expérience la plus excitante de la vie professionnelle de Conway [12, ch. 1].

Émerveillés, stupéfaits, ébahis, Conway et Norton forgèrent l'expression *Monstrous moonshine* [11] pour désigner les mystérieuses relations qu'ils venaient de percer à jour [12, ch. 1]. Il va sans dire que les deux hommes n'employaient pas le mot « *moonshine* » dans son acception argotique référant à de l'alcool de contrebande. Ils ne l'employaient pas non plus dans son sens commun, soit comme un synonyme de *non-sens* ou d'*absurdité*, ou de *balivernes*. Le célèbre physicien Albert Einstein a déjà comparé les efforts des scientifiques pour comprendre le monde qui nous entoure à ceux d'un homme qui chercherait à comprendre le fonctionnement d'une montre sans disposer des outils pour ouvrir le boîtier pour exposer le mécanisme et qui devrait se contenter de formuler des conjectures en observant le mouvement des aiguilles.

Avec l'expression *Monstrous moonshine,* Conway et Norton proposaient une analogie du même type : tenter de comprendre l'origine du lien unissant le Monstre au *j*-invariant à partir de ses effets s'apparentait, selon eux, à tenter de développer une conception de ce qu'est le Soleil à partir de la seule observation nocturne des rayons de lumière qu'il émet et qui sont reflétés par la Lune jusqu'à nous [12, ch. 1].

Outre l'impossibilité d'expliquer pourquoi il existait un lien unissant le Monstre au *j*-invariant, un autre problème subsistait : le Monstre demeurait insaisissable. Personne n'avait encore réussi à le construire ; son existence demeurait une conjecture. Cette dernière épineuse question fut toutefois résolue le 14 janvier 1980 lorsque que Robert L. Griess Jr., un professeur de mathématiques à l'Université du Michigan, annonça avoir accompli (sans recourir à un ordinateur) l'exploit prodigieux consistant à exhiber un énorme objet mathématique dont les symétries correspondaient à celles prescrites par les différents résultats théoriques obtenus au sujet du Monstre.

En 1983, Conway prit sous son aile, en la personne de Richard Borcherds, un nouvel étudiant de doctorat. Ce dernier, quelque peu malhabile socialement[8], se retrouva dans le pétrin (aucun professeur ne semblait enclin à accepter de diriger sa thèse et les autorités administratives du département de mathématiques pures de l'Université de Cambridge elles-mêmes avaient émis certaines réserves au sujet de sa candidature) après que des camarades de classe – qu'on n'oserait pas, à la lumière de ce qui suit, décrire comme des amis – eurent falsifié son formulaire de candidature afin d'inscrire « Oui, s'il vous plaît » sous « Sexe » [12, ch. 12 ; 76, ch. 12]. Conway, sans doute en raison de sa propre excentricité, ne fut pas rebuté par les traits les plus étranges de la personnalité de Borcherds. Au contraire, il sut voir chez le jeune homme un potentiel immense. Avide lecteur du magazine *Scientific American* – et plus particulièrement des chroniques *Mathematical Games* de Gardner –, Borcherds connaissait Conway de réputation. Se voir offrir la chance de réaliser un doctorat sous sa direction l'enchanta. Quoi qu'il en soit, sa propension à fuir les interactions sociales fit en sorte qu'il passa plus de temps à se soustraire à la présence Conway qu'à chercher à bénéficier de ses lumières.

8. Ajoutons que Borcherds présente, selon toute vraisemblance, un trouble du spectre de l'autisme [12, ch. 12 ; 76, ch. 12].

En 1998, lors du Congrès international des mathématiciens de Berlin, Borcherds se vit décerner la prestigieuse médaille Fields :

> Pour ses contributions à l'algèbre, à la théorie des formes automorphes et à la physique mathématique, notamment l'introduction des algèbres de Lie de Borcherds, la preuve de la conjecture *Moonshine* de Conway-Norton et la découverte d'une nouvelle classe de produits infinis automorphes. (traduction libre) [76, ch. 15]

Ayant été trop dissipé, pendant ses années d'admissibilité, pour être un prétendant sérieux à la Médaille Fields, Conway connut donc le plaisir qui accompagne la concrétisation du deuxième meilleur scénario auquel un mathématicien puisse aspirer, soit voir l'un de ses protégés accéder à la consécration ultime. Dans ses moments de remise en question, Conway tendit cependant à nuancer son rôle dans la formation de Borcherds et dans le polissage de ses nombreux talents : « Il était trop intelligent. Il n'a jamais eu besoin de moi » [76, ch. 12]. Borcherds, quant à lui, est d'un tout autre avis : « Plus ou moins tous les articles que j'ai écrits découlent d'une idée exprimée par Conway [dans un] article plutôt obscur que très peu de gens connaissent. Mais sans l'idée de cet article, presque rien de ce que j'ai fait n'aurait fonctionné » (traduction libre) [76, ch. 15].

L'histoire ayant mené à la découverte du Monstre, dont nous venons d'esquisser les grandes lignes, fit l'objet de l'une des dernières chroniques *Mathematical Games* de Gardner. Paru en juin 1980, ce texte, intitulé *The capture of the monster: a mathematical group with a ridiculous number of elements* [45 ; 72], figure assurément parmi les plus avancés sur le plan mathématique que produisit le grand Martin Gardner. L'immanquable différence en matière de complexité entre cette chronique et les premières qu'il publia vers la fin des années 1950 laisse entrevoir à quel point la culture mathématique de Gardner s'approfondit au fil des ans, au contact d'éminents mathématiciens comme Conway.

Arrêtons-nous maintenant sur la seconde chronique *Mathematical Games* que Gardner consacra à une idée tout droit sortie du cerveau de John Conway. Cette chronique, parue en octobre 1970 [16 ; 70], traite du *Jeu de la vie*.

Le Jeu de la vie n'est pas un jeu au sens traditionnel du terme. On n'y jouera jamais en famille au cours d'une soirée festive pour la simple et bonne raison qu'il s'agit – comme Conway se plaisait à le rappeler – d'un « jeu sans joueur et sans fin » [76, prologue]. Ce jeu consiste à observer l'évolution d'amas de cellules se déployant tels des micro-organismes sur une grille quadrillée s'étendant à l'infini dans toutes les directions. La partie s'achève lorsque toutes les cellules meurent (à supposer que cela se produise un jour).

Selon Conway, le germe de l'idée ayant mené à la création du Jeu de la vie fut planté lors de la lecture d'un recueil d'essais scientifiques paru en 1956 et intitulé *Automata Studies* [77]. Le mot « automate » est issu du latin *automatus*, qui signifie « qui se meut soi-même ». Ce mot aurait été employé pour la première fois sous cette forme en 1534 par Rabelais au chapitre XXIV de Gargantua. Or, quatre textes de ce recueil d'essais traitent justement d'une telle machine : la machine de Turing :

> Dans une expérience de pensée réalisée vers 1935, le logicien et informaticien britannique Alan Turing a imaginé une machine capable d'effectuer n'importe quel calcul arbitraire. La machine possédait une capacité de mémoire infinie, grâce à une bande infinie divisée en carrés et gravée de symboles qui fournissaient les données d'entrée et les instructions permettant à la machine d'exécuter des calculs infinis. Turing a ensuite fait encore mieux. Il a montré que toute machine de Turing pouvait être programmée pour se comporter comme toutes les autres machines de Turing – ce serait une machine universelle. (traduction libre) [76, ch. 8]

L'expérience de pensée de Turing a frappé l'imagination de Conway. En explorant la littérature scientifique en lien avec ce sujet, Conway découvrit les travaux de John von Neumann, un mathématicien hongrois ayant passé une grande partie de sa vie aux États-Unis et figurant assurément dans le panthéon des plus éminents scientifiques de l'histoire.

Au tournant des années 1950, von Neumann (qui faisait partie des principaux artisans derrière l'EDVAC, l'un des tout premiers ordinateurs électroniques) souleva la question quant à savoir si un automate pouvait être en mesure d'en fabriquer un autre aussi compliqué que lui-même. Une réponse négative peut sembler s'imposer comme une évidence sur la base qu'aucune machine ne saurait contenir en elle-même une description complète de la nouvelle machine de même que toutes les composantes requises pour l'assembler. Mais cet argument est contredit, nous dit von Neumann, par ce qui se passe dans la nature qui nous entoure. Les organismes vivants – des machines biologiques – se reproduisent eux-mêmes, c'est-à-dire qu'ils produisent de nouveaux organismes sans perte de complexité [7, ch. 8].

> Il y a 300 ans, lorsque le philosophe René Descartes a déclaré que « le corps n'est rien d'autre qu'une machine », son élève, la reine Christine de Suède, âgée de 23 ans, l'aurait défié : « Je n'ai jamais vu mon horloge faire des bébés ». Von Neumann n'était pas la première personne à poser la question « les machines peuvent-elles se reproduire ? » (traduction libre) [7, ch. 8]

Suivant la suggestion de son collègue et ami, le mathématicien polonais Stanislaw Ulam, il révisa à la baisse ses ambitions. Plutôt que de chercher à construire un robot autoréplicateur (c'est-à-dire une machine capable de produire d'autres machines identiques à elle-même, et ainsi de suite), von Neumann entreprit de créer un automate cellulaire autorépliquant [76, ch. 8].

Un automate cellulaire est l'un des modèles mathématiques les plus simples à admettre des notions d'espace et de temps (tous deux discrets et non continus). Il s'agit d'un réseau ordonné de cellules identiques. La seule chose qui soit sujette à changement en fonction du temps est une propriété des cellules appelée *état*. En ensemble de règles de transition prescrivent l'état d'une cellule au prochain pas de temps en fonction des états actuels de ses cellules voisines. Ces règles sont appliquées simultanément à toutes les cellules. Du point de vue mathématique, les automates cellulaires sont notamment intéressants, car ils permettent d'apprécier à quel point des règles très simples et des configurations initiales elles aussi très simples peuvent engendrer des comportements à long terme fort complexes.

La mort prématurée de Von Neumann des suites d'un cancer fulgurant en 1957 mit fin à ses travaux sur les automates cellulaires. Il laissa derrière lui un automate autoreproducteur au stade de construction théorique, d'expérience de pensée. Il n'y avait en effet, à cette époque, aucun ordinateur sur Terre qui soit assez puissant pour appliquer l'algorithme qu'il avait écrit. La toute première tentative de donner vie au Golem digital de Von Neumann eut lieu en 1994. Plus d'un an après avoir lancé la simulation, la créature n'avait pas encore procréé [7, ch. 8]. Il semble toutefois qu'il soit possible, si l'on dispose des connaissances informatiques suffisantes, de programmer un ordinateur moderne pour qu'il exécute l'algorithme de von Neumann. Selon le physicien et journaliste scientifique Ananyo Bhattacharya, quelques minutes de simulation suffiraient pour que l'on assiste à la reproduction des créatures imaginées par von Neumann il y a de cela des décennies [7, ch. 8].

Les travaux réalisés par von Neumann en lien avec les automates cellulaires furent publiés de façon posthume en 1966 dans un ouvrage intitulé *Theory of Self-Reproducing Automata* [75]. Mais, avant même leur publication, ses idées circulèrent suffisamment pour donner naissance à une nouvelle discipline à l'intersection des mathématiques de l'informatique théorique et encourager bon nombre d'esprits brillants à s'élancer à sa suite.

Lorsque Conway feuilleta le livre de von Neumann dans l'espoir de comprendre comment ce dernier s'y était pris pour programmer son automate cellulaire, il fut étonné. C'était terriblement compliqué ! Chaque cellule pouvait se trouver dans l'un ou l'autre de 29 états et l'état d'une cellule dépendait de l'état dans lequel se trouvaient ses voisins à l'itération précédente. Conway se dit qu'il devait assurément être possible de concevoir un automate cellulaire plus simple réalisant le même objectif. Au cours des années qui suivirent, il n'eut de cesse de réfléchir à cette question lancinante. De cette obsession devait jaillir l'automate cellulaire le plus célèbre de tous les temps [7, ch. 8].

Au cours des quelques années qui suivirent, Conway fut souvent vu – la plupart du temps pendant la pause-café du matin ou à l'heure du thé (et parfois pendant toute la période séparant les deux [76, ch. 8]) – dans la salle commune du département de mathématiques en compagnie d'étudiants, en train de placer des pions sur un plateau de Go selon des règles que seuls lui et son entourage semblaient comprendre :

> Quelqu'un inventait une règle, nous y jouions à l'heure de la pause-café, puis nous découvrions qu'il y avait quelque chose qui n'allait pas. Le lendemain, nous bidouillions cette règle, nous l'améliorions un peu et nous continuions à y jouer pendant une semaine, jusqu'à ce que nous découvrions ce qui n'allait vraiment pas, et nous la bidouillions à nouveau. Nous changions donc probablement une fois par semaine les règles et jouions avec un nouveau système. Et je suis sûr qu'il y a eu des moments où un mois complet s'est écoulé sans que personne ne prenne la peine de jouer. (traduction libre) [76, ch. 8]

Leur objectif consistait à trouver des conditions présentant le juste équilibre pour que les configurations se développent, mais pas trop rapidement :

> Nous pensions en matière de règles de naissance et de règles de mort. Peut-être que la règle de mort que nous considérions un jour était un peu trop forte par rapport à sa règle de naissance. Le lendemain [...] nous essayions soit d'affaiblir la règle de mort, soit de renforcer la règle de naissance, mais dans tous les cas, seulement d'un tout petit peu. Elles devaient être extrêmement bien équilibrées ; si la règle de mort était même légèrement trop forte, presque toutes les configurations disparaissaient. Et inversement, si la règle de naissance était un tout petit peu plus forte que la règle de mort, presque toutes les configurations grandissaient de manière explosive [...] et il était alors terriblement difficile pour nous d'en garder la trace [...] Bien sûr, nous n'étions pas intéressés par des règles qui conduisent généralement à l'effondrement. (traduction libre) [76, ch. 8]

Au bout d'environ deux ans d'expérimentations ludiques, Conway et ses collègues trouvèrent le juste équilibre [7, ch. 8]. Ils remarquèrent en effet que les trois règles que voici, fort simples, ne donnaient lieu ni à une extinction rapide de toute trace de vie ni à un foisonnement ingérable, mais à une dynamique intéressante, parce que difficilement imprévisible.

LE JEU DE LA VIE

RÈGLE DE NAISSANCE	Si, au temps *t*, une cellule morte (vide) compte parmi les huit cellules constituant son voisinage immédiat trois cellules vivantes, alors au temps *t* + 1 cette cellule devient vivante.
RÈGLE DE MORT	Si, au temps *t*, une cellule vivante ne compte parmi les huit cellules constituant son voisinage immédiat que zéro ou une cellule vivante, alors elle meurt d'isolement. Si elle compte parmi les huit cellules constituant son voisinage immédiat quatre cellules vivantes ou plus, alors elle meurt de surpeuplement.
RÈGLE DE SURVIE	Si, au temps *t*, une cellule vivante compte parmi les huit cellules constituant son voisinage immédiat deux ou trois cellules vivantes, alors cette cellule demeure vivante au temps *t* + 1.

À ce stade, il devenait impératif – si l'on désirait réellement explorer cet axe de recherche ludico-mathématique – de mobiliser les technologies informatiques disponibles afin de pouvoir passer en deuxième vitesse. Poursuivre l'analyse en simulant le jeu à l'aide de pierres et d'un plateau de Go était trop fastidieux pour être soutenable à long terme. De plus, le risque de commettre des erreurs d'inattention les lançant sur de fausses pistes était trop grand pour être négligé. Le mathématicien et informaticien Michael J. T. Guy, dit Mike, se vit donc confier la tâche d'écrire un programme informatique permettant de simuler le Jeu de la vie sur l'ordinateur du département.

Au cours de l'été 1969, alors que partout sur Terre on avait les yeux rivés aux écrans de télévision pour ne rien manquer des premiers pas de l'Homme sur la Lune, Conway et ses acolytes, eux, regardaient scintiller des pixels de couleur sur un écran noir et documenter le comportement évolutif de différentes configurations cellulaires.

Vers la fin de l'automne 1969, le mathématicien britannique Richard K. Guy (1916-2020) – qui occupait depuis 1965 un poste de professeur à l'Université de Calgary – vint rendre visite à son fils Mike. Au cours de son passage à Cambridge, il tomba sous le charme du Jeu de la vie et décida de donner un coup de main. Au cours d'une séance de jeu, il remarqua un amas de cellules vivantes qui semblait témoigner d'une capacité de locomotion. Il semblait en effet sautiller en diagonale sur la grille. Stupéfait, il appela ses collègues : « Venez par ici, il y a une pièce qui marche ! » [76, ch. 9]. Conway, jamais à court de noms aussi originaux qu'évocateurs, baptisa cet amas de cellules *le planeur* en raison du fait qu'il donne lieu, après quatre pas de temps, à une configuration identique à l'originale, mais décalée diagonalement d'une case vers le bas.

Grâce à ce petit pas de danse en diagonale se poursuivant (à moins d'en être empêché par une collision avec d'autres structures), le planeur était en mesure de poursuivre sa course à l'infini. Le planeur représentait le premier élément dont Conway avait besoin pour construire une machine de Turing universelle à l'intérieur même du Jeu de la vie. Le génie anglais nourrissait secrètement l'espoir d'arriver à prouver que son automate cellulaire pouvait en un sens être *programmé* pour effectuer n'importe quel type de calcul. Pour escompter parvenir à ses fins, Conway devait encore réussir à assembler des configurations de cellules se comportant comme les composants d'un ordinateur [76, ch. 8]. En premier lieu, il lui fallait un moyen de porter une information d'un point de départ à un point d'arrivée. Si le planeur était en mesure d'accomplir cette tâche, il fallait encore arriver à produire un émetteur d'impulsions, soit ce que Conway appela un *canon à planeurs*.

Avec la découverte du planeur, Conway estima que le temps était venu de s'ouvrir à Martin Gardner au sujet du Jeu de la vie. Vers la fin de l'hiver 1970, il envoya au grand vulgarisateur ce qu'il appela – avec du recul – la *lettre fatale*, la lettre qui allait déchaîner les passions [76, ch. 8].

C'est par ce que Conway lui fit parvenir en mars 1970 que Gardner découvrit le Jeu de la vie [76, ch. 10]. Dans le dernier quart de ce long exposé rédigé sur un rouleau de papier de plus de 12 pieds et ponctué de digressions au sujet de jeux saugrenus, Conway tint les propos suivants :

> Le Jeu de la vie. C'est quelque chose sur lequel je bosse depuis quelques années, mais j'ai enfin obtenu ce que je voulais – une loi génétique. On commence avec un ensemble infini de carrés, dont certains contiennent des organismes vivants. La population se développe par étapes, une loi génétique déterminant le contenu de chaque carré au temps *t* en fonction de son contenu et de celui

> de ses huit voisins au temps *t*. Tout le problème consiste à trouver une bonne loi [...] En d'autres termes, le comportement de la population doit être imprévisible [...] la surpopulation, comme la sous-population, tend à tuer. Une société saine n'est ni trop dense ni trop clairsemée. (traduction libre) [76, ch. 9]

Gardner fut immédiatement séduit par la dernière trouvaille de Conway. Il commença aussitôt à plancher sur une chronique à son sujet. Celle-ci fut publiée dans l'édition de *Scientific American* d'octobre 1970 [16 ; 50].

De toutes les chroniques *Mathematical Games*, celle introduisant le Jeu de la vie fut celle qui attira le plus d'intérêt et qui suscita le plus de réactions [1 ; 2 ; 73], surpassant même par son intensité l'impact de la parution du texte portant sur les flexagones une décennie plus tôt [73 ; 76, ch. 9]. Les bureaux du magazine *Scientific American* furent une fois de plus inondés de courrier venant des quatre coins du monde. Le flot atteignit des proportions tsunamiques. À travers l'abondante correspondance que lui transféra Gardner, Conway eut le plaisir de découvrir une missive signée de la main d'un mathématicien ayant collaboré aux travaux de pionniers de John von Neumann : le père de la bombe à hydrogène, Stanislaw Ulam.

L'attrait pour le Jeu de la vie atteignit des proportions telles que même le *Time*, l'un des principaux magazines d'information hebdomadaires américains, y consacra un article [3]. Contre toute attente, John H. Conway devint instantanément une célébrité planétaire, et ce, même en dehors de la communauté scientifique. Toutes les personnes qui avaient accès à un ordinateur (un nombre somme toute assez restreint d'individus à cette époque où détenir un ordinateur personnel relevait du luxe pour intello) se mirent à jouer au Jeu de la vie pendant leur temps libre si possible, et en cachette pendant les heures de bureau sinon [76, ch. 9].

Pour attirer les insectes pollinisateurs, les plantes se servent de couleurs vives, de nectar sucré et de parfums enchanteurs. Pour affrioler les mathématiciens astucieux et créatifs, Conway, lui, se servit d'une intrigante conjecture. Il demanda en effet à Gardner d'inclure dans sa chronique la prédiction voulant qu'il n'existe aucune configuration initiale de cellules engendrant de nouvelles cellules à l'infini [7, ch. 8]. Afin de rendre la question encore plus aguichante, Conway mit 50 $ à l'enjeu : le premier lecteur qui invaliderait sa conjecture se verrait remettre la récompense[9] [16 ; 50 ; 76, ch. 9]. La stratégie déployée par Conway s'avéra fructueuse : moins d'un mois après la parution de l'article, le canon à planeurs avait été découvert.

L'informaticien William Gosper, affilié au Laboratoire d'intelligence artificielle du Massachusetts Institute of Technology, fit en effet parvenir un télégramme à Gardner le 4 novembre 1970 dans lequel étaient indiquées les coordonnées numériques précisant la manière de configurer un canon à planeurs sur la grille du Jeu de la vie [76, ch. 9]. Pour procéder à la vérification des dires, Gardner mobilisa son réseau. Il envoya les coordonnées à Robert Wainwright, l'un des nombreux lecteurs avec lesquels il avait entamé une correspondance. Analyste de systèmes pour la pétrolière Mobil, Wainwright avait accès à un IBM System/360 Model 75, un ordinateur qui était alors considéré comme étant une machine de très haute performance. L'informaticien fit rouler le code pendant la nuit et put confirmer à Gardner que Gosper avait bel et bien conçu un canon à planeurs. La structure trouvée par Gosper constituait donc le premier exemple d'une configuration initiale donnant lieu à une croissance spatialement et temporellement infinie [76, ch. 9].

Maintenant qu'il disposait – avec le canon à planeurs – d'un générateur de signaux, Conway entra dans une phase d'activité frénétique avec pour objectif de concevoir un appareil de calcul à l'intérieur même du Jeu de la vie [76, ch. 9]. Conway et ses sbires ne mirent que quelques semaines à mettre au point tous les composants requis pour être en mesure d'exécuter les opérations numériques élémentaires ainsi que d'assurer le stockage de données. Dès qu'il fut évident qu'une machine de Turing pouvait être assemblée à partir des composants qu'ils avaient conçus, Conway perdit tout intérêt pour le Jeu de la vie. Il estima en avoir fait assez pour prouver d'une part que son automate cellulaire pouvait effectuer n'importe quel calcul et d'autre part qu'il pouvait être à l'origine d'une complexité non moins grande que celle que pouvait engendrer l'infiniment plus complexe (au sens péjoratif du terme) automate cellulaire de von Neumann. Pour que le Jeu de la vie vaille la peine d'être *vécu* (on n'ose pas dire *joué* puisqu'il s'agit, après tout, d'un jeu à zéro joueur) il faut y trouver plaisir. Dès lors que le Jeu de la vie cessa de lui offrir des défis intellectuels stimulants,

9. Il n'est pas inusité, dans la communauté mathématique, d'offrir un prix à celui ou celle qui résoudra une question. La coutume veut que le vainqueur, plutôt que d'encaisser l'argent, expose le chèque tel un trophée.

Conway s'en détourna définitivement. Non seulement la *preuve* de l'universalité du Jeu de la vie ne fut jamais publiée, elle ne fut même jamais formellement rédigée ni même achevée [76, ch. 9].

Pour Gardner, cependant, l'annonce par Conway de l'universalité du Jeu de la vie (une annonce, nous le disions, qui n'était à certains égards rien d'autre qu'un argument d'autorité) ne marqua pas la fin de l'histoire, mais un nouveau commencement. Pour le vulgarisateur, ce fut en effet l'occasion de consacrer une seconde chronique *Mathematical Games* au Jeu de la vie [19 ; 51], dans laquelle il approfondit son exploration de la théorie des automates. Le flot de lettres de lecteurs, qui ne donnait aucun signe d'essoufflement, justifia éventuellement un troisième texte [52] consacré aux découvertes les plus spectaculaires réalisées par les adeptes du Jeu [76, ch. 9].

Au grand dam de Conway, le Jeu de la vie fit ombrage à ses nombreuses découvertes et réalisations bien plus profondes et bien plus fondamentales [7, ch. 8]. L'orgueilleux mathématicien exprima maintes fois craindre qu'on ne se souvienne de lui que comme l'inventeur du Jeu de la vie, qu'on réduise d'une manière indue sa contribution à l'avancement des connaissances mathématiques à cette réalisation quelque peu frivole. Il s'en ouvrit d'ailleurs ouvertement à sa biographe :

> Ce n'est pas du dénigrement personnel, c'est du dénigrement qualitatif. En toute franchise, je considère le Jeu de la vie comme des vétilles. Je veux dire que sa découverte a véritablement occupé une partie de ma vie et ainsi de suite [...] Mais vous devez apprécier quelque chose. Cela n'a jamais été une grosse affaire en ce qui nous concerne. C'était juste un loisir, un jeu auquel nous jouions. D'une certaine manière, c'est devenu un peu plus important par la suite, ou du moins aux yeux des autres [...] Je n'ai jamais pensé que c'était très important, j'ai juste pensé que c'était amusant. En fait, d'une certaine manière, j'en avais honte. Je ne pense pas que ça compte dans la communauté mathématique, ou du moins dans la communauté mathématique sérieuse [...] D'une certaine manière, ça ne compte pas pour moi. (traduction libre) [76, ch. 9]

À cet égard, Gardner en vint à partager l'avis de Conway à l'effet que « le Jeu de la vie est l'une des choses les plus stupides [qu'il] n'ait jamais faites » [76, ch. 9], ce qui ne l'empêche pas d'être aussi intéressante et captivante. D'ailleurs, quoi qu'en dise Conway, aussi peu profond fût-il sur le plan mathématique, le Jeu de la vie n'en demeure pas moins un jalon important dans l'histoire de l'informatique théorique ne serait-ce qu'en raison de l'engouement qu'il suscita pour les automates cellulaires (qui trouvent diverses applications en physique ainsi que dans la modélisation de phénomènes biologiques) ainsi que pour le nombre de vocations mathématiques ou informatiques qu'il éveilla.

Pour clore ce chapitre, il convient de relater une anecdote qui permet d'apprécier toute l'étendue de la complicité qui existait entre Martin Gardner et John H. Conway ; une complicité qu'il fut mutuellement bénéfique.

Du temps où il était toujours à l'Université de Cambridge, Conway traversa à quelques reprises l'Atlantique afin d'aller rendre visite à Gardner. L'une de ces visites fut particulièrement mémorable en raison de la façon chaotique par laquelle elle commença. Alors que Conway s'attendait à retrouver Gardner dans la zone d'arrivée des vols internationaux de l'aéroport, le vulgarisateur brillait par son absence. Conway – infiniment trop désorganisé pour avoir songé à avoir en poche l'adresse ou le numéro de téléphone des Gardner – n'eut d'autre choix que d'attendre son hôte en priant pour qu'il ne lui soit rien arrivé de grave. C'est finalement avec plus de deux heures de retard que Gardner se présenta au terminal. Embarrassé d'avoir ainsi laissé poireauter son ami, il s'excusa tout en promettant à Conway qu'il saurait se faire pardonner son retard, car celui-ci était attribuable à une fascinante découverte qu'il venait tout juste de faire alors qu'il se trouvait à la bibliothèque publique de New York. Il avait en effet déniché une note intitulée « To Find the Day of the Week for Any Given Date » qui avait été publiée par le mathématicien Charles Lutwidge Dodgson, alias Lewis Carroll, dans le célèbre magazine *Nature* en 1887. Dans cette note, l'auteur des *Aventures d'Alice au pays des merveilles* s'exprimait ainsi :

> Ayant trouvé la méthode suivante pour calculer mentalement le jour de la semaine pour une date donnée, je vous l'envoie dans l'espoir qu'elle puisse intéresser certains de vos lecteurs. Je ne suis pas moi-même rapide pour calculer, et comme je trouve que mon temps moyen pour répondre à ce genre de question est d'environ 20 secondes, je ne doute pas qu'un calculateur rapide n'aurait pas besoin de 15 secondes pour répondre à cette question. (traduction libre) [76, ch. 11]

Ne pouvant se résoudre à se mettre en chemin vers l'aéroport sans préalablement avoir fait une copie de sa trouvaille, Gardner fit longuement la file avant d'enfin pouvoir utiliser la photocopieuse. Si vous et moi aurions sans doute trouvé cette raison bien faible pour une si longue attente, Conway, lui, y vit un motif parfaitement légitime. Dès qu'ils arrivèrent au 10 Euclid Avenue, à Hastings-on-Hudson dans l'État de New York, l'hôte se rua dans ses classeurs et, en moins de temps qu'il ne faut pour le dire, en tira une vingtaine d'articles portant sur le calcul du jour de la semaine pour une date donnée. Preuve à l'appui, il expliqua à Conway qu'à ses yeux la méthode décrite par Lewis Carroll était de loin la meilleure qu'il lui avait été donné de voir. Dans un même élan, il implora Conway de concocter une méthode encore plus simple et plus rapide qu'il pourrait ensuite présenter aux lecteurs de *Scientific American* [76, ch. 11]. Il fallut à Conway un certain temps pour parvenir à ses fins, mais il finit par mettre au point un algorithme dont il tira fierté jusqu'à son dernier souffle : le *Doomsday Rule*, la *règle du Jugement dernier* [9]. Par cette appellation, Conway souhaitait faire surgir à l'esprit de ses concitoyens anglais le *Domesday Book* – qu'on peut littéralement traduire par *le Livre du Jugement dernier* –, à savoir l'enregistrement du grand inventaire de l'Angleterre ordonné par Guillaume le Conquérant afin de se renseigner sur le pays qu'il avait conquis en vue d'en faciliter l'administration (et particulièrement, on le devine, la taxation). C'est la population indigène qui avait accolé métaphoriquement le nom de *Domesday Book* au document pour souligner son caractère strict, définitif et inaltérable. L'algorithme développé par Conway exploite le fait que certaines dates faciles à retenir tombent le même jour de la semaine, et ce, chaque année, y compris les années bissextiles ; cette concordance est stricte, définitive et inaltérable. Le dernier jour de février, par exemple, tombe toujours le même jour de la semaine que le 4 avril (le 4e jour du 4e mois), le 6 juin (le 6e jour du 6e mois), le 8 août (le 8e jour du 8e mois), le 10 octobre (le 10e jour du 10e mois) et le 12 décembre (le 12e jour du 12e mois) ; ces dates sont des *Doomsday* [76, ch. 11].

Il va sans dire que pour effectuer mentalement l'algorithme développé par Conway il faut avoir une bonne mémoire. Il est en effet nécessaire de garder simultanément en tête plusieurs informations sur la date en question et sur le résultat de certains calculs. Afin de décharger un peu sa mémoire et ainsi espérer gagner en vitesse, Conway développa une méthode mnémotechnique qui consiste à se servir des capacités mémorielles de son pouce. En se mordant le pouce suffisamment fort pour que les marques de dents s'impriment dans la peau à un endroit particulier, le mathématicien arrivait à se *souvenir* de la distance séparant la date en question du *Doomsday* le plus proche. Ce faisant, il perfectionna son art au point d'en arriver à trouver le jour de la semaine pour toute date donnée en moins de deux secondes.

Pour Conway, le véritable jour du jugement dernier vint le 11 avril 2020, un samedi. Âgé de 82 ans, d'une santé vacillante, le grand mathématicien anglais décéda des suites de la maladie à coronavirus 2019 [6].

Références

[1] Albers, D., et Gardner, M. (2005, mai). « On the Way to "Mathematical Games" : Part I of an Interview with Martin Gardner ». *The College Mathematics journal, 36* (3), 178-190. [www.jstor.org/stable/2687219]

[2] Albers, D., et Gardner, M. (2005, septembre). « "Mathematical Games" and Beyond : Part II of an Interview with Martin Gardner ». *The College Mathematics journal, 36* (4), 301-314. [www.jstor.org/stable/30044873]

[3] Anonyme. (1974, 21 janvier). « Science : Flop of the Century ? ». *Time Magazine*.

[4] Berlekamp, E. R., Conway, J. H., et Guy, R. K. (1982). *Winning ways for your mathematical plays, volume 1*. Academic Press.

[5] Berlekamp, E. R., Conway, J. H., et Guy, R. K. (1982). *Winning ways for your mathematical plays, volume 2*. Academic Press.

[6] Bhargava, M. (2020). « John Horton Conway (1937-2020) ». *Nature, 582* (7810), 27-28.

[7] Bhattacharya, A. (2021). *The Man from the Future: The Visionary Life of John von Neumann*. Penguin UK.

[8] Conway, J. H. (1971). *Regular algebra and finite machines*. Chapman and Hall.

[9] Conway, J. H. (1973). « Tomorrow is the Day After Doomsday ». *Eureka, 36*, 29-30.

[10] Conway, J. H., Curtis, R. T., Norton, S. P., Parker, R. A., et Wilson, R. A. (1985). *The ATLAS of Finite Groups: Ten Years On*. Cambridge University Press.

[11] Conway, J. H., et Norton, S. p. (1979). « Monstrous moonshine ». *Bulletin of the London Mathematical Society, 11* (3), 308-339.

[12] Du Sautoy, M. (2009). *Finding moonshine*. Harper Perennial.

[13] Gardner, M. (1966, septembre). « Mathematical Games: The problems of Mrs. Perkins' quilt, and answers to last month's puzzles ». *Scientific American, 215* (3), 264-276. [www.jstor.org/stable/24931059]

[14] Gardner, M. (1967, juillet). « Mathematical Games: Of sprouts and Brussels sprouts, games with a topological flavor ». *Scientific American, 217* (1), 112-117. [www.jstor.org/stable/24926062]

[15] Gardner, M. (1968, octobre). « Mathematical Games: MacMahon's color triangles and the joys of fitting them together ». *Scientific American, 219* (4), 120-125. [www.jstor.org/stable/24927542]

[16] Gardner, M. (1970, octobre). « Mathematical Games: The fantastic combinations of John Conway's new solitaire game "life" ». *Scientific American, 223* (4), 120-123. [www.jstor.org/stable/24927642]

[17] Gardner, M. (1970, novembre). « Mathematical Games: A new collection of short problems and the answers to some of "life's" ». *Scientific American, 223* (5), 116-119. [www.jstor.org/stable/24927664]

[18] Gardner, M. (1971). « Bouncing Balls in Polygons and Polyhedrons ». Ch. 4 dans *Martin Gardner's Sixth Book of Mathematical Games from scientific american*, W. H. Freeman & Co.

[19] Gardner, M. (1971, février). « Mathematical Games: On cellular automata, self-reproduction the Garden of Eden and the game "life" ». *Scientific American, 224* (2), 112-117. [www.jstor.org/stable/24927730]

[20] Gardner, M. (1972, janvier). « Mathematical Games: How to triumph at Nim by playing safe, and John Horton Conway's game "Hackenbush" ». *Scientific American, 226* (1), 104-107. [www.jstor.org/stable/24923100]

[21] Gardner, M. (1972, juin). « Mathematical Games: A miscellany of transcendental problems : simple to state but not at all easy to solve ». *Scientific American, 226* (6), 114-121. [www.jstor.org/stable/24927366]

[22] Gardner, M. (1972, septembre). « Mathematical Games: Pleasurable problems with polycubes, and the winning strategy for Slither ». *Scientific American, 227* (3), 176-184. [www.jstor.org/stable/24927437]

[23] Gardner, M. (1972, décembre). « Mathematical Games: Knotty problems with a two-hole torus, and solutions for last month's ciphers ». *Scientific American, 227* (6), 102-107. [www.jstor.org/stable/24922941]

[24] Gardner, M. (1973, septembre). « Mathematical Games: Problems on the surface of a sphere offer an entertaining introduction to point sets ». *Scientific American, 229* (3), 176-183. [www.jstor.org/stable/24923202]

[25] Gardner, M. (1973, novembre). « Mathematical Games: Fantastic patterns traced by programmed "worms" ». *Scientific American, 229* (5), 116-123. [www.jstor.org/stable/24923248]

[26] Gardner, M. (1973, décembre). « Mathematical Games: On expressing integers as the sum of cubes and other unsolved number-theory problems ». *Scientific American, 229* (6), 118-121. [www.jstor.org/stable/24923271]

[27] Gardner, M. (1974, février). « Mathematical Games: Cram, crosscram and quadraphage : new games having elusive winning strategies ». *Scientific American, 230* (2), 106-109. [www.jstor.org/stable/24950011]

[28] Gardner, M. (1974, octobre). « Mathematical Games: On the paradoxical situations that arise from nontransitive relations ». *Scientific American, 231* (4), 120-125. [www.jstor.org/stable/24950199]

[29] Gardner, M. (1974, novembre). « Mathematical Games: Some new and dramatic demonstrations of number theorems with playing cards ». *Scientific American, 231* (5), 122-125. [www.jstor.org/stable/24950222]

[30] Gardner, M. (1975). « Sprouts and Brussels Sprouts ». Ch. 1 dans *Mathematical Carnival*. Knopf.

[31] Gardner, M. (1975). « Mrs. Perkins' Quilt and Other Square-Packing Problems ». Ch. 11 dans *Mathematical Carnival*. Knopf.

[32] Gardner, M. (1975, février). « Mathematical Games: How the absence of anything leads to thoughts of nothing ». *Scientific American, 232* (2), 98-103. [www.jstor.org/stable/24949734]

[33] Gardner, M. (1975, août). « Mathematical Games: More about tiling the plane : the possibilities of polyominoes, polyiamonds and polyhexes ». *Scientific American, 233* (2), 112-115. [www.jstor.org/stable/24949870]

[34] Gardner, M. (1976, février). « Mathematical Games: Some elegant brick-packing problems, and a new order-7 perfect magic cube ». *Scientific American, 234* (2), 122-127. [www.jstor.org/stable/24950288]

[35] Gardner, M. (1976, septembre). « Mathematical Games: John Horton Conway's book covers an infinity of games ». *Scientific American, 235* (3), 206-211. [www.jstor.org/stable/24950446]

[36] Gardner, M. (1977, janvier). « Mathematical Games: Extraordinary nonperiodic tiling that enriches the theory of tiles ». *Scientific American, 236* (1), 110-121. [www.jstor.org/stable/24953856]

[37] Gardner, M. (1977, mai). « Mathematical Games: The "jump proof" and its similarity to the toppling of a row of dominoes ». *Scientific American, 236* (5), 128-138. [www.jstor.org/stable/24954031]

[38] Gardner, M. (1977). « Nothing ». Ch. 1 dans *Mathematical Magic Show*. Knopf.

[39] Gardner, M. (1977). « More Ado About Nothing ». Ch. 2 dans *Mathematical Magic Show*. Knopf.

[40] Gardner, M. (1977). « Colored Triangles and Cubes ». Ch. 16 dans *Mathematical Magic Show*. Knopf.

[41] Gardner, M. (1978, février). « Mathematical Games: On checker jumping, the amazon game, weird dice, card tricks and other playful pastimes ». *Scientific American, 238* (2), 19-33. [www.jstor.org/stable/24955629]

[42] Gardner, M. (1978, septembre). « Mathematical Games: Puzzling over a problem-solving matrix, cubes of many colors and three-dimensional dominoes ». *Scientific American, 239* (3), 20-31. [www.jstor.org/stable/24955792]

[43] Gardner, M. (1979, février). « Mathematical Games: About rectangling rectangles, parodying Poe and many another pleasing problem ». *Scientific American, 240* (2), 16-27. [www.jstor.org/stable/24965105]

[44] Gardner, M. (1980, mars). « Mathematical Games: Graphs that can help cannibals, missionaries, wolves, goats and cabbages get there from here ». *Scientific American, 242* (3), 24-40. [www.jstor.org/stable/24966272]

[45] Gardner, M. (1980, juin). « Mathematical Games: The capture of the monster : a mathematical group with a ridiculous number of elements ». *Scientific American, 242* (6), 20-33. [www.jstor.org/stable/24966339]

[46] Gardner, M. (1983, août). « Mathematical Games: Tasks you cannot help finishing no matter how hard you try to block finishing them ». *Scientific American, 249* (2), 12-21. [www.jstor.org/stable/24968957]

[47] Gardner, M. (1983). « The Knotted Molecule and Other Problems ». Ch. 3 dans *Wheels, Life and Other Mathematical Amusements*. W. H. Freeman & Co.

[48] Gardner, M. (1983). « Nim and Hackenbush ». Ch. 14 dans *Wheels, Life and Other Mathematical Amusements*. W. H. Freeman & Co.

[49] Gardner, M. (1983). « Slither, 3X+1, and Other Curious Questions ». Ch. 18 dans *Wheels, Life and Other Mathematical Amusements*. W. H. Freeman & Co.

[50] Gardner, M. (1983). « The Game of Life, Part I ». Ch. 20 dans *Wheels, Life and Other Mathematical Amusements*. W. H. Freeman & Co.

[51] Gardner, M. (1983). « The Game of Life, Part II ». Ch. 21 dans *Wheels, Life and Other Mathematical Amusements*. W. H. Freeman & Co.

[52] Gardner, M. (1983). « The Game of Life, Part III ». Ch. 22 dans *Wheels, Life and Other Mathematical Amusements*. W. H. Freeman & Co.

[53] Gardner, M. (1986). « Polycubes ». Ch. 3 dans *Knotted Doughnut and Other Mathematical Entertainments*. W. H. Freeman & Co.

[54] Gardner, M. (1986). « Doughnuts : Linked and Knotted Paradoxes ». Ch. 5 dans *Knotted Doughnut and Other Mathematical Entertainments*. W. H. Freeman & Co.

[55] Gardner, M. (1986). « Point Sets on the Sphere ». Ch. 12 dans *Knotted Doughnut and Other Mathematical Entertainments*. W. H. Freeman & Co.

[56] Gardner, M. (1986). « Worm Paths ». Ch. 17 dans *Knotted Doughnut and Other Mathematical Entertainments*. W. H. Freeman & Co.

[57] Gardner, M. (1986). « Waring's Problems ». Ch. 18 dans *Knotted Doughnut and Other Mathematical Entertainments*. W. H. Freeman & Co.

[58] Gardner, M. (1986). « Cram, Bynum and Quadraphage ». Ch. 18 dans *Knotted Doughnut and Other Mathematical Entertainments*. W. H. Freeman & Co.

[59] Gardner, M. (1988). « Nontransitive Paradoxes ». Ch. 5 dans *Time Travel and Other Mathematical Bewilderments*. W. H. Freeman & Co.

[60] Gardner, M. (1988). « Combinatorial Card Problems ». Ch. 6 dans *Time Travel and Other Mathematical Bewilderments*. W. H. Freeman & Co.

[61] Gardner, M. (1988). « Tiling with Polyominoes, Polyiamonds, and Polyhexes ». Ch. 14 dans *Time Travel and Other Mathematical Bewilderments*. W. H. Freeman & Co.

[62] Gardner, M. (1988). « Block Packing ». Ch. 18 dans *Time Travel and Other Mathematical Bewilderments*. W. H. Freeman & Co.

[63] Gardner, M. (1989). « Penrose Tiling ». Ch. 1 dans *Penrose Tiles to Trapdoor Ciphers… And the Return of Dr. Matrix*. W. H. Freeman & Co.

[64] Gardner, M. (1989). « Penrose Tiling II ». Ch. 2 dans *Penrose Tiles to Trapdoor Ciphers… And the Return of Dr. Matrix*. W. H. Freeman & Co.

[65] Gardner, M. (1989). « Conway's Surreal Numbers ». Ch. 4 dans *Penrose Tiles to Trapdoor Ciphers… And the Return of Dr. Matrix*. W. H. Freeman & Co.

[66] Gardner, M. (1989). « Mathematical Induction and Colored Hats ». Ch. 10 dans *Penrose Tiles to Trapdoor Ciphers… And the Return of Dr. Matrix*. W. H. Freeman & Co.

[67] Gardner, M. (1989). « Sicherman Dice, the Kruskal Count and Other Curiosities ». Ch. 19 dans *Penrose Tiles to Trapdoor Ciphers… And the Return of Dr. Matrix*. W. H. Freeman & Co.

[68] Gardner, M. (1992). « The Thirty Color Cubes ». Ch. 6 dans *Fractal Music, Hypercards, and More… Mathematical Recreation from scientific american Magazine*. W. H. Freeman & Co.

[69] Gardner, M. (1992). « The Rotating Table and Other Problems ». Ch. 11 dans *Fractal Music, Hypercards, and More… Mathematical Recreation from scientific american Magazine*. W. H. Freeman & Co.

[70] Gardner, M. (1997). « Bulgarian Solitaire and Other Seemingly Endless Tasks ». Ch. 2 dans *The Last Recreations: Hydras, Eggs, and other Mathematical Mystifications*. Copernicus Books/Springer-Verlag New York.

[71] Gardner, M. (1997). « Directed Graphs and Cannibals ». Ch. 7 dans *The Last Recreations: Hydras, Eggs, and other Mathematical Mystifications*. Copernicus Books/Springer-Verlag New York.

[72] Gardner, M. (1997). « The Monster and Other Sporadic Groups ». Ch. 9 dans *The Last Recreations: Hydras, Eggs, and other Mathematical Mystifications*. Copernicus Books/Springer-Verlag New York.

[73] Gardner, M. (2013). *Undiluted Hocus-Pocus. The autobiography of Martin Gardner*. Princeton University Press.

[74] Masters, A. (2012). *Simon: The Genius in My Basement*. Delacorte Press.

[75] von Neumann, J., et Burks, A. W. (1966). « Theory of self-reproducing automata ». *IEEE Transactions on Neural Networks*, *5* (1). 3-14.

[76] Roberts, S. (2015). *Genius at play: the curious mind of John Horton Conway.* Bloomsbury Publishing USA.

[77] Shannon, C. E., et McCarthy, J. (1956). *Automata Studies. (AM-34), Volume 34*. Princeton University Press.