

Vincent, Yannick

Laguerre's works on polynomial equations and Hermitian influence. (*Les travaux de Laguerre sur les équations polynomiales et l'influence hermitienne.*) (French. English summary)

Zbl 08038725

Rev. Hist. Math. 30, No. 2, 261-291 (2024).

In this article, Yannick Vincent offers a detailed historical and mathematical study of the connections between two prominent 19th-century French mathematicians: Edmond Laguerre (1845–1886) and Charles Hermite (1822–1901). While both are well known for their contributions (each lending their name to a family of orthogonal polynomials) Vincent's purpose is to uncover a deeper and more nuanced intellectual relationship between the two. Through a close examination of Laguerre's work on polynomial equations, Vincent highlights both the influence Hermite had on Laguerre and the points of philosophical and methodological convergence between their respective mathematical practices.

A first point of contact between the two men lies in their institutional paths. Both were trained in the rigorous environment of the École Polytechnique, where the resolution and approximation of polynomial roots held a central place in the mathematical curriculum. Their careers also intersected through their involvement in the Société Mathématique de France, which provided opportunities for direct interaction. Beyond institutional overlap, personal ties are attested through correspondence and academic collaboration: Hermite cited Laguerre in his lectures, and Laguerre sometimes substituted for Hermite in the lecture hall. Most notably, Hermite would later serve as one of the editors of Laguerre's *Œuvres*, in which his own name appears frequently.

The recurring presence of Hermite in Laguerre's writings is particularly striking given the seeming divergence in their primary research areas: Hermite is best known for his work in number theory, while Laguerre published extensively in geometry. However, as Vincent argues, their shared interest in polynomial equations offers a significant bridge between their oeuvres. In total, Laguerre authored 148 papers, of which 45 concern algebra, 21 integral calculus, and 82 geometry. Among these, Hermite is cited 32 times, predominantly after 1870, indicating a growing influence. The article also notes that this referencing is mutual: Hermite frequently acknowledged Laguerre's contributions in his own writings.

Vincent's article is structured in three parts. The first, largely factual, surveys Laguerre's publications and quantitatively assesses Hermite's presence therein. The second part, far more substantial, delves into the content of Laguerre's writings on polynomial equations. Here, Vincent dissects the mathematical arguments in detail and carefully contextualizes them within the broader intellectual landscape of the time. References to Laplace, Fourier, Cauchy, Newton, Chio, and Rouché help illustrate the continuity and evolution of ideas. Although Hermite and Laguerre also shared interests in elliptic functions, Vincent deliberately restricts his analysis to the topic of polynomial equations.

It is in the third and final section that the article becomes more interpretative. Here, Vincent explores the philosophical underpinnings of Laguerre's mathematical thought, using a commentary by Émile Borel on Laguerre's work as a key entry point. Borel's text highlights the motivations and conceptual frameworks that guided Laguerre's investigations. Vincent analyzes Borel's commentary in the first half of this section, then ventures to propose a broader thesis: that Hermite and Laguerre shared not only mathematical interests but also a similar conception of mathematics itself. While this concluding argument is more suggestive than demonstrative, it opens promising avenues for further study.

Overall, Vincent's article offers a carefully documented portrait of intellectual exchange in 19th-century French mathematics. His work restores the complexity of Laguerre's algebraic investigations and shows how Hermite's presence played a substantial and shaping role.

Reviewer: [Frédéric Morneau-Guérin \(Québec\)](#)

MSC:

[01A55](#) History of mathematics in the 19th century

Keywords:

equations; polynoms; roots; approximations; history of algebra

Biographic references:

Laguerre, Edmond; Hermite, Charles

Full Text: DOI

References:

- [1] « Compte rendus et analyses, OEuvres de Laguerre », Bulletin des Sciences mathématiques, xxii (1898), p. 304-310.
- [2] « Sur une règle de M. Laguerre », Nouvelles annales de mathématiques, s. 2, 19 (1880), p. 307-311. · [Zbl 12.0070.04](#)
- [3] Chabert (Jean-Luc)
- [4] « Sur la résolution numérique des équations », dans Gilain (Christain) & Guilbaud (Alexandre), eds., Sciences mathématiques, 1750 -1850, continuités et ruptures, Paris : CNRS éditions, 2015, p. 475-507. · [Zbl 1365.01015](#)
- [5] Chemla (Karine), Chorlay (Renaud) & Rabouin (David) [2016] The Oxford Handbook of Generality in Mathematics and the Sciences, Oxford : Oxford Univ. Press, 2016. · [Zbl 1348.00036](#)
- [6] Crosland (Maurice)
- [7] Science under control, the French Academy of sciences, 1795-1914, Cambridge : Cambridge Univ. Press, 1992.
- [8] Gilain (Christian) & Guilbaud (Alexandre), eds. [2015] Sciences mathématiques : 1750-1850 : continuités et ruptures, Paris : CNRS éditions, 2015. · [Zbl 1327.01004](#)
- [9] Goldstein (Catherine)
- [10] « Charles Hermite's stroll through the Galois fields », Revue d'histoire des mathématiques, 17 (2011), p. 211-270. · [Zbl 1258.01011](#)
- [11] Les autres de l'un : deux enquêtes prosopographiques sur Charles Hermite, dans Rollet (Laurent) & Nabonnand (Philippe), eds., Les uns et les autres...Biographies et prosopographies en histoire des sciences, Nancy : PUN -Editions Universitaire de Lorraine, 2012, p. 509-540.
- [12] Goldstein (Catherine), Schappacher (Norbert) & Schwermer (Joachim), eds. [2007] The Shaping of Arithmetic, Berlin, Heidelberg, New York : Springer Science, 2007. · [Zbl 1149.01001](#)
- [13] Guilmin (Adrien)
- [14] « Conséquences de la règle des signes de Descartes », Nouvelles annales de mathématiques, s. 1, 5 (1846), p. 239-244.
- [15] Hermite (Charles)
- [16] « Sur la division des fonctions abéliennes ou ultra elliptiques », Comptes rendus hebdomadaires des séances de l'Académie des sciences, 17 (1843), p. 82.
- [17] « Sur la théorie des formes quadratiques », Journal für die reine und angewandte Mathematik, 47 (1854), p. 313-368. · [Zbl 047.1274ej](#)
- [18] « Sur un nouveau développement en série des fonctions », Comptes rendus hebdomadaires des séances de l'Académie des sciences, 58 (1864), p. 93-100.
- [19] Sur l'équation du cinquième degré, Paris : Gauthier-Villars, 1866.
- [20] « Extrait d'une lettre à Mr Borchardt (sur quelques approximations algébriques) », Journal für die reine und angewandte Mathematik, 76 (1873), p. 342-344. · [Zbl 05.0137.01](#)
- [21] « Sur la fonction exponentielle », Comptes Rendus hebdomadaires des Séances de l'Académie des Sciences, 77 (1873), p. 18-24.
- [22] « Extrait d'une lettre à M. Fuchs de Gottingue sur quelques équations différentielles linéaires », Journal für die reine und angewandte Mathematik, 79 (1875), p. 324-338.
- [23] « Sur l'indice des fractions rationnelles », Bulletin de la Société Mathématique de France, 7 (1879), p. 128-131. · [Zbl 11.0273.03](#)
- [24] Hermite (Charles) & Mittag-Leffler (Gösta)
- [25] « Lettres de Charles Hermite à Gösta Mittag-Leffler (1874-1883) », Cahiers du séminaire d'histoire des mathématiques, s. 1, 5 (1984), p. 49-285. · [Zbl 0525.01008](#)
- [26] « Lettres de Charles Hermite à Gösta Mittag-Leffler (1884-1891)
- [27] », Cahiers du séminaire d'histoire des mathématiques, s. 1, 6 (1985), p. 79-217.
- [28] Hermite (Charles) & Stieltjes (Thomas)
- [29] Correspondance d'Hermite et de Stieltjes, vol. 2, Gauthier-Villars, 1898. Lagrange (Joseph-Louis)
- [30] « Sur la résolution des équations numériques », Histoire de l'Académie royale des sciences et des belles-lettres de Berlin, année 1767, 23 (1769), p. 311-352.
- [31] « Nouvelle méthode pour résoudre les équations littérales par le moyen des séries », Histoire de l'Académie royale

des sciences et des belles-lettres de Berlin, année 1768, 24 (1770), p. 204-233.

- [32] Laguerre (Edmond Nicolas)
- [33] « Sur le calcul des systèmes linéaires, extrait d'une lettre à M. Hermitte », J. E. c. polytech., 62 (1867), p. 215-264.
- [34] « Sur la théorie des équations numériques », Comptes rendus hebdomadaires des séances de l'Académie des sciences, 78 (1874), p. 278-280. · [Zbl 06.0057.02](#)
- [35] « Sur la résolution des équations numériques dont toutes les racines sont réelles », Comptes rendus hebdomadaires des séances de l'Académie des sciences, 79 (1874), p. 996-998. · [Zbl 06.0059.01](#)
- [36] « Sur le rôle des émanants dans la théorie des équations numériques », Comptes rendus hebdomadaires des séances de l'Académie des sciences, 78 (1874), p. 278-280. · [Zbl 06.0057.02](#)
- [37] « Sur la résolution des équations numériques », Bulletin de la Société Mathématique de France, 5 (1877), p. 78-92.
- [38] « Sur la résolution des équations numériques », Nouvelles annales de mathématiques, s. 2, 17 (1878), p. 20-25.
- [39] « Remarques sur quelques points de la théorie des équations numériques », Nouvelles annales de mathématiques, s. 2, 17 (1878), p. 104-106 ; signe « Un abonné ».
- [40] « Sur le développement suivant les puissances d'un polynôme », Comptes rendus hebdomadaires des séances de l'Académie des sciences, 86 (1878), p. 295-297.
- [41] « Sur la règle des signes de Descartes », Nouvelles annales de mathématiques, s. 2, 18 (1879), p. 5-13. · [Zbl 11.0063.03](#)
- [42] « Sur la séparation des racines d'une équation algébrique à coefficients numériques », Comptes rendus hebdomadaires des séances de l'Académie des sciences, 89 (1879), p. 635-637. · [Zbl 11.0064.03](#)
- [43] « Sur la détermination d'une limite supérieure des racines d'une équation et sur la séparation des racines », Nouvelles annales de mathématiques, s. 2, 19 (1880), p. 49-57. · [Zbl 12.0069.02](#)
- [44] « Sur une méthode pour obtenir par approximation les racines d'une équation algébrique qui a toutes ses racines réelles », Nouvelles annales de mathématiques, s. 2, 19 (1880), p. 161-171. · [Zbl 12.0071.02](#)
- [45] « Sur quelques théorèmes de M. Hermite, extrait d'une lettre adressée à M. Borchardt », Journal für die reine und angewandte Mathematik, 89 (1880), p. 239-242.
- [46] « Sur quelques propriétés des équations algébriques qui ont toutes leurs racines réelles », Nouvelles annales de mathématiques, s. 2, 19 (1880), p. 224-236. · [Zbl 12.0068.02](#)
- [47] « Sur la fonction exponentielle », Bulletin de la Société Mathématique de France, 8 (1880), p. 11-18. · [Zbl 12.0344.03](#)
- [48] « Sur les équations algébriques dont le premier membre satisfait à une équation linéaire du second ordre », Comptes rendus hebdomadaires des séances de l'Académie des sciences, 90 (1880), p. 809-812. · [Zbl 12.0336.01](#)
- [49] « Théorèmes généraux sur les équations algébriques », Nouvelles annales de mathématiques, s. 2, 19 (1880), p. 241-253. · [Zbl 12.0069.01](#)
- [50] « Sur l'approximation des fonctions circulaires au moyen des fonctions algébriques », Comptes rendus hebdomadaires des séances de l'Académie des sciences, 90 (1880), p. 304-307. · [Zbl 12.0345.02](#)
- [51] « Sur le développement d'une fonction suivant les puissances croissantes d'un polynôme », Journal für die reine und angewandte Mathematik, 88 (1880), p. 35-48.
- [52] « Sur la séparation des racines des équations numériques », Comptes rendus hebdomadaires des séances de l'Académie des sciences, 92 (1881), p. 1146-1149. · [Zbl 13.0074.02](#)
- [53] « Sur une extension de la règle des signes de Descartes », Comptes rendus hebdomadaires des séances de l'Académie des sciences, 92 (1881), p. 230-233. · [Zbl 13.0073.01](#)
- [54] « Sur quelques équations transcendentes », Comptes rendus hebdomadaires des séances de l'Académie des sciences, 94 (1882), p. 160-163. · [Zbl 14.0057.03](#)
- [55] « Sur la détermination du genre d'une fonction transcendente entière », Comptes rendus hebdomadaires des séances de l'Académie des sciences, 94 (1882), p. 635-638. · [Zbl 14.0057.04](#)
- [56] « Sur la théorie des équations numériques », Journal de mathématiques pures et appliquées, s. 3, 4 (1883), p. 99-146. · [Zbl 15.0063.02](#)
- [57] « Sur l'approximation des racines des équations algébriques », Nouvelles annales de mathématiques, s. 3, 3 (1884), p. 113-118. · [Zbl 16.0073.02](#)
- [58] « Sur quelques points de la théorie des équations numériques », Acta Mathematica, 4 (1884), p. 97-121. · [Zbl 16.0069.03](#)
- [59] OEuvres, vol. 1, Paris : Gauthier-Villars et fils, 1898.
- [60] L'enseignement mathématique [1914] « Discussion sur la préparation mathématique des ingénieurs », 16 (1914), p. 328-355.
- [61] Rollet (Laurent)
- [62] La correspondance de jeunesse d'Henri Poincaré. Les années de formation. De l'École polytechnique à l'École des Mines (1873-1878), Cham : Birkhäuser, 2017. Rollet (Laurent) & Nabonnand (Philippe), eds.
- [63] Les uns et les autres -biographies et prosopographies en histoire des sciences, Collection Histoire des institutions scientifiques, Nancy : Presses universitaires de Nancy : Editions universitaires de Lorraine, 2012 ; OCLC : ocn847520832. · [Zbl 1272.01004](#)
- [64] Rouche (Eugène)
- [65] « Edmond Laguerre, sa vie et ses travaux », Nouvelles annales de mathématiques, s. 3, 6 (1887), p. 105-173.

- [66] Serfati (Michel) [1992] Fragments d'histoire des mathématiques, Quadrature du cercle, fractions continues et autres contes sur l'histoire des nombres irrationnels et transcendants aux xviii^e et xix^e siècles, vol. tome 4, APMEP, 1992. Sinaceur (Hourya)
- [67] Corps et modes : essai sur l'histoire de l'algèbre réelle, Mathesis, Paris : J. Vrin, 1991. · [Zbl 1316.03002](#)
- [68] Terquem (Olry)
- [69] « Grand concours de 1843 », Nouvelles annales de mathématiques, s. 1, 2 (1843), p. 374-376.
- [70] Vincent (Yannick)
- [71] Les représentants de mathématiques à l'École polytechnique de 1798 à 1900, Thèse, École polytechnique, 2019 ; soutenue le 12 décembre 2019.
- [72] « Ce que nous apprend une étude autour des équations numériques à propos de l'École polytechnique au xix^e siècle », Philosophia Scientiae, 1 (2020), p. 59-74. · [Zbl 1545.01028](#)
- [73] « Perfectionnement de la règle des signes de Descartes », Quadrature, 125 (2022), p. 29-35. · [Zbl 1519.26006](#)
- [74] de Virieu [1846] « Solution de la question 711 IV », Nouvelles annales de mathématiques, s. 2, 4 (1846), p. 79-80.

This reference list is based on information provided by the publisher or from digital mathematics libraries. Its items are heuristically matched to zbMATH identifiers and may contain data conversion errors. In some cases that data have been complemented/enhanced by data from zbMATH Open. This attempts to reflect the references listed in the original paper as accurately as possible without claiming completeness or a perfect matching.