



Lu pour vous

Kurt Gödel: The Genius of Metamathematics

FRÉDÉRIC MORNEAU-GUÉRIN
Département Éducation, Université TÉLUQ
Frederic.Morneau-Guerin@teluq.ca

Pratiquement inconnu du grand public de son vivant, Kurt Gödel (1906–1978) est aujourd’hui devenu une sorte de personnage culte. Il n’est pas rare de tomber sur des tasses, des gaminets ou des affiches arborant son visage. À l’origine de ce changement, se trouve le célèbre livre de Douglas Hofstadter *Gödel, Escher, Bach : Les Brins d’une Guirlande Éternelle* publié en 1979, soit un an après la disparition du premier de ses trois sujets. Décoré d’un prix Pulitzer de l’essai et du *National Book Award* en Science, ce livre porte sur la récursivité et les processus autoréférentiels que l’auteur illustre à l’aide d’exemples tirés de la musique du compositeur allemand Johann Sebastian Bach, des gravures, lithographies et dessins de l’artiste néerlandais Maurits Cornelis Escher et des théorèmes d’incomplétude de Kurt Gödel. Au sein des communautés mathématique, logique et philosophique, ses théorèmes d’incomplétude ont été généralement reconnus comme ayant une importance historique et Gödel accéda, dans les années qui suivirent leur publication au début des années 1930, à la gloire dans ces cercles restreints. D’un naturel très réservé, il ne se livrait à personne, pas même à ses proches. Sa propre mère, qui séjournait à l’occasion chez lui et avec qui il correspondait régulièrement le reste du temps, ignorait pratiquement tout de sa réputation de plus grand logicien depuis Aristote. En fait, en raison de son armure impénétrable, il aurait été quasiment impossible d’écrire à son sujet autrement que d’un point de vue externe si ce n’avait été d’un document retrouvé, post mortem, dans ses archives. Ce document – un questionnaire que lui avait envoyé Burke D. Grandjean, un statisticien intéressé par la collecte de données par le biais de questions personnelles – fut complété en 1975, mais (de manière typique pour Gödel, semble-t-il) il ne fut jamais retourné à l’expéditeur.

Au fil des décennies, plusieurs biographies ont été écrites par des auteurs versés en mathématiques, en philosophie, en informatique ou en histoire des sciences ou de la philosophie. On peut donc légitimement se demander quelle est la pertinence d’un énième ouvrage biographique sur Gödel. Une part de l’explication découle du caractère résolument multidisciplinaire de l’œuvre de Gödel. Les biographes scientifiques abordant leurs sujets sous différents angles, disposer de plusieurs biographies de Gödel ne peut donc qu’enrichir nos perspectives sur ses réalisations. En outre, l’accessibilité de quelques-unes des biographies antérieures de Gödel pose certains défis. Une

nouvelle biographie publiée par l'un des gros joueurs du monde de l'édition (et particulièrement du livre électronique et de l'impression sur demande) présente donc un intérêt certain.

Le travail de l'historien de métier consiste à douter de tout ce qui a pu être écrit ou dit à propos de son sujet, à chercher à corroborer toute information, à explorer toutes les pistes, à ne laisser aucune pierre non retournée. Dans une certaine mesure, on pourrait dire que ce que William D. Brewer – un scientifique et non un historien – accomplit ici avec *Kurt Gödel : The Genius of Metamathematics* est plutôt une biographie de synthèse, en ce sens qu'il s'appuie sur un certain nombre de sources premières, certes, mais il n'hésite pas à également bâtir sur ce que ses prédécesseurs ont avancé (quitte à nuancer les propos de l'un ou de l'autre à la lumière d'éléments nouveaux ou n'ayant pas été préalablement pris en considération). Le résultat n'en est pas moins fort intéressant et pertinent. Comme le titre l'indique, l'ouvrage dont il est ici question explore en profondeur le contexte historique et scientifique des travaux importants de Gödel sur les métamathématiques. L'ouvrage se veut une introduction détaillée à la vie et à l'œuvre de Kurt Gödel et il est inévitable que son apport exceptionnel aux mathématiques et à la logique ait droit à la part du lion des chapitres abordant la production intellectuelle du sujet. Toutefois, peut-être en raison de sa formation de physicien, le biographe a fait le choix d'également couvrir en détail les contributions (certes moins connues) de Gödel en physique ainsi qu'en philosophie. Destiné à un public non spécialiste ayant une connaissance modeste, mais certainement pas inexistante de l'histoire et de l'évolution des mathématiques et de la logique au début du XX^e siècle, l'ouvrage présente des explications qui – sans viser le summum de la rigueur tel un manuel spécialisé – font appel à tous les éléments essentiels et qui sont suffisamment complètes et précises.

Kurt Gödel vint au monde à Brünn, en 1906, alors que touchait à sa fin – pourrait-on dire rétrospectivement – la *Belle Époque*, cette période de paix relative précédant le déclenchement de la Première Guerre mondiale et marquée par des progrès sociaux, économiques ainsi que technologiques. Située dans le corridor reliant Prague à Vienne (et seule zone urbaine d'importance le long de ce corridor), la ville de Brünn joua, jusqu'à la chute de la maison de Habsbourg et le démembrement de l'Empire austro-hongrois à l'issue de la Grande Guerre, le double rôle de capitale de la province de Moravie et de centre industriel impérial (ce qui lui valut d'être surnommée la *Manchester de Moravie*).

S'appuyant sur le témoignage laissé par l'aîné de la fratrie, Brewer rapporte que le jeune Kurt était un enfant plutôt calme, timide, enclin à l'introspection et, surtout, extrêmement sensible. Il semble que son enfance ait été marquée par une anxiété inhabituelle (se manifestant notamment par un attachement anormal, voire pathologique, à sa mère) ainsi qu'un grand besoin de sécurité, de prévisibilité et d'avoir un environnement structuré. Parmi ses autres traits distinctifs, citons un attachement ferme à ses propres opinions, une fois celles-ci formées.

L'éclatement de la double monarchie d'Autriche-Hongrie, au sortir de la Der des Ders, vint altérer drastiquement la donne pour les Gödel. En effet, cette dislocation précipita l'émergence de petites nations dont les frontières embrassaient sensiblement les lignes de fractures ethniques. Or, comme de nombreuses autres cités de l'Empire austro-hongrois, la ville de Brünn avait alors un fort caractère multiethnique. On y comptait trois groupes ethniques dominants : les

Germaniques, les Slaves et les Juifs ashkénazes (une population ayant en partage un héritage culturel et des traditions religieuses s'inscrivant évidemment dans la grande tradition talmudique, mais dont la langue vernaculaire était le yiddish, une langue dérivée du haut allemand avec un apport de vocabulaire hébreu et slave, et dont la langue véhiculaire était l'allemand). Au tournant du XX^e siècle, on estime que 63 % de la population de Brünn était germanophone. Toutefois, la quasi-totalité de la population des villages et des campagnes environnantes parlait des langues slaves (principalement le tchèque). L'instauration de la Première République tchécoslovaque, en 1918, vit donc la ville de Brünn être renommée Brno et être intégrée à un pays majoritairement tchèque. En raison de son fort ancrage identitaire autrichien, Kurt Gödel ne se sentit plus chez lui dans le nouveau Brno. Aussitôt ses études secondaires achevées, le jeune homme se rendit à Vienne, où son frère aîné avait emménagé quelques années plus tôt afin d'y étudier la médecine, pour y entreprendre à son tour des études universitaires. La capitale de la nouvelle petite république alpine, qui hier encore était l'un des carrefours névralgiques de l'activité culturelle et intellectuelle mondiale ainsi que de la géopolitique européenne, devint son principal lieu de résidence pour les quinze années qui suivirent.

Ayant vu son importance relative dans les affaires du monde être décimée et son prestige être considérablement amoindri à la suite de l'Armistice du 11 novembre 1918, Vienne n'en resta pas moins – jusqu'à l'*Anschluss* – un pôle d'attraction incomparable pour les esprits se distinguant par leur génialité et leur unicité. À l'université de Vienne, le jeune Gödel vint grossir les rangs d'un département de physique en pleine effervescence intellectuelle. Ses reçus d'emprunts à la bibliothèque universitaire (qu'il conserva soigneusement, pour une raison qui échappe à notre compréhension, dans ses archives personnelles jusque dans ses vieux jours) révèlent que son attention se détourna de la physique au cours de sa deuxième année d'université et qu'elle se porta sur les fondements des mathématiques, la logique mathématique ainsi que la philosophie. Il semble que ce changement de priorité des intérêts de Gödel se soit produit sous l'effet de plusieurs facteurs, dont (1) l'influence de deux conférences données à Vienne par le mathématicien néerlandais et principal promoteur de l'intuitionnisme comme philosophie des mathématiques, Luitzen Egbertus Jan Brouwer, en mars 1928 ; (2) l'influence d'un séminaire sur la logique mathématique donné par Rudolf Carnap en 1928 et 1929 ; (3) son étude méticuleuse, à partir de la fin de l'été 1928, des trois volumes de *Principia Mathematica* (1910–13) de Bertrand Russell et Alfred North Whitehead et de *Grundzüge der theoretischen Logik* (1928) de David Hilbert et Wilhelm Ackermann ; (4) le choix de Hans Hahn (un analyste de grand talent dont les vastes centres d'intérêt s'étendaient jusqu'à la théorie des ensembles et les fondements des mathématiques) comme directeur de thèse ; et (5) son « désir de précision » et son besoin (se traduisant ensuite en une conviction profonde) que le monde soit fondamentalement compréhensible à l'aide de la logique, des mathématiques et de la raison. Quoi qu'on en pense, au soir de sa vie c'est surtout cette cinquième et dernière raison qui surgit à l'esprit de Gödel lorsque son disciple, le logicien Hao Wang, lui demanda pourquoi il avait abandonné la physique au profit des mathématiques.

Au début du second tiers des années 1920, à peu près au moment où Kurt Gödel quittait Brno pour aller s'installer à Vienne, un groupe de jeunes universitaires, ayant en commun d'admirer les physiciens et philosophes autrichiens Ernst Mach et Ludwig Boltzmann, commença à se réunir sur une base régulière dans l'ambiance confortable des cafés viennois pour discuter de

sujets relatifs à la philosophie des sciences et des mathématiques. Bien vite, les rencontres regroupèrent des intellectuels de premier plan comme les mathématiciens Hans Hahn, Philipp Franck, Olga Hahn-Neurath, Karl Menger et Friedrich Waismann, le logicien Alfred Tarski, les philosophes Rudolf Carnap, Felix Kaufmann, Edgar Zilsel, Herbert Feigl, Viktor Kraft et Hans Reichenbach, l'économiste Otto Neurath et l'ingénieur Richard von Mises. Moritz Schlick, un philosophe et physicien d'origine allemande ayant bien connu Max Planck et Albert Einstein (deux des héros adulés par les autres membres du groupe qui en vint à être surnommé le cercle de Vienne) et ayant rejoint l'université de Vienne en 1922 à titre de professeur de philosophie des sciences inductives, en fut la figure tutélaire. Kurt Gödel rejoignit le groupement de savants en 1926 (soit deux ans après son arrivée à Vienne) à l'invitation de Hans Hahn, son superviseur de thèse. L'une des contributions les plus importantes de ce groupe fut de détourner l'attention de la recherche de la structure de la logique elle-même et de diriger plutôt celle-ci sur la structure du langage dans lequel les arguments logiques sont exprimés.

Les divers mémoires et autres recueils de souvenirs laissés par les membres du cercle de Vienne concordent sur le fait que la participation de Gödel se résumait généralement à une écoute attentive à partir d'un point d'observation physiquement excentré. Mais tout porte à croire qu'assister aux échanges – auxquels il ne prit activement part qu'à de rares occasions, et ce, exclusivement sur des sujets qu'il maîtrisait finement – lui était agréable ou lui apparaissait intellectuellement stimulant, car il fit preuve d'une grande assiduité. Bien que la pensée du philosophe Ludwig Wittgenstein, exprimée dans son monumental ouvrage *Tractatus logico-philosophicus*, servit en quelque sorte de bible aux membres du cercle de Vienne (qui en firent une étude minutieuse), Gödel nia sa vie durant toute influence de la philosophie de Wittgenstein sur la sienne. Nous verrons plus loin divers éléments, soulignés à grands traits par Brewer, qui tendent à confirmer cette lecture, et ce, malgré le fait que les trajectoires intellectuelles des deux hommes se croisèrent à plus d'une reprise.

Jusqu'au printemps 1929, moment auquel il remplissait ? toutes les conditions préalables à la rédaction de sa thèse, Gödel – un élève surdoué – avait survolé sans peine les débats et satisfait aisément aux normes de ses écoles et de l'université. Désormais, cependant, tout serait différent. Il aurait à choisir, en complète autonomie (exception faite d'une supervision minimale et distante), le sujet à propos duquel il rédigerait sa thèse. Inspiré par sa récente lecture de l'ouvrage phare de Hilbert et Ackermann, Gödel décida de porter son attention sur la *correction* et à la *complétude* de la logique du premier ordre, deux propriétés considérées comme importantes pour établir la validité d'un système formel consacré au raisonnement et aux déductions logiques. De façon informelle, pour un système logique donné, un théorème de correction exprime que toute formule bien formée qui peut être démontrée dans le système est logiquement valide par rapport à la sémantique du système. La complétude énonce quant à elle que toutes les formules logiquement valides sont démontrables dans le système logique.

Ce fut pour Gödel un choix particulièrement heureux : il parvint assez rapidement à assembler une preuve de complétude pour la logique du premier ordre. Bien que cet accomplissement remarquable eût été applaudi, on pourrait dire qu'il fut d'une certaine façon quelque peu sous-apprécié puisqu'il venait simplement confirmer ce que Hilbert et les gens appartenant à son école de pensée avaient supposé. Le théorème de complétude de Gödel servit donc surtout

à rassurer les logiciens et les philosophes en leur disant qu'ils pouvaient continuer à travailler l'esprit en paix. Pour les raisons que nous venons d'évoquer, bon nombre de mathématiciens considèrent que le résultat le plus important de la thèse de Gödel n'est pas son résultat principal, mais plutôt son théorème de compacité qui stipule que pour qu'une collection infinie de formules soit satisfaisable, il est nécessaire et suffisant que chacune de ses sous-collections finies soit satisfaisable. Ce théorème est au premier chef un résultat appartenant à la théorie des modèles des théories axiomatiques, une théorie dans laquelle il joue un rôle important. Mais il a également des applications dans des domaines divers comme la topologie générale, la topologie algébrique, la théorie des ensembles, la théorie de la démonstration, la théorie des automates, la théorie des graphes, la théorie de Ramsey, l'algèbre universelle, la théorie des groupes, la théorie des espaces de Banach et de Hilbert, et la géométrie algébrique réelle.

En 1930, tout juste six ans après son arrivée à Vienne, Gödel se vit décerner un diplôme de doctorat en mathématiques. La vie lui sembla considérablement plus angoissante après qu'il eut commencé à voler de ses propres ailes comme chercheur indépendant. Le fait d'évoluer en parfaite autarcie fit en sorte qu'il eut à défendre seul ses idées et, donc, à composer avec bien davantage d'interactions conflictuelles, ce dont il avait une sainte horreur. Lui qui était timide à un point quasi maladif, il dut également assumer davantage de responsabilités d'enseignement. Ce stress accru fit des ravages qui se reflétèrent ultimement non seulement sur sa productivité (il en vint à n'être en mesure de respecter ses engagements de rédaction de chapitre de livres ou d'articles à plusieurs mains qu'avec des mois voire des années de retard, et ce, quand il ne renonçait pas tout simplement à les honorer), mais aussi sur sa santé. Lors d'une interview donnée dans ses vieux jours, son frère aîné confia se souvenir que Kurt avait souffert d'une grave dépression peu après la publication de ses plus célèbres résultats et qu'il avait dû être interné plus d'une fois dans un sanatorium par crainte que, en raison de son état mental, il présente un danger pour lui-même.

Considérant à quel point les maladies (réelles ou appréhendées) affectèrent la vie personnelle et la productivité scientifique de Kurt Gödel, il ne faut pas s'étonner de voir celles-ci occuper une part importante de cette œuvre biographique lui étant consacrée. Ses premiers ennuis de santé notables se manifestèrent vers l'âge de huit ans alors qu'un accès particulièrement sévère de fièvre rhumatismale – probablement causé par une infection à streptocoques – lui fit manquer quelques mois d'écoles. S'il ne garda de cet épisode aucune séquelle physique, ce fut toutefois le début (1) d'un trouble hypocondriaque; (2) d'une préoccupation obsessionnelle pour son régime alimentaire; et (3) d'une méfiance irrationnelle à l'égard des diagnostics posés par les médecins ainsi que de leurs recommandations thérapeutiques. Ces trois éléments, qui sévirent sa vie durant, furent, par moments, les éléments prédominants de son existence quotidienne. Au cours de sa vie adulte, Gödel fut à plusieurs reprises en proie à des maladies imaginaires pour lesquelles il s'administra – contre l'avis de ses médecins traitants – des médicaments inutiles. Inversement, il refusa de nombreux traitements qui lui étaient prescrits. Des craintes irraisonnées le menèrent à adopter des habitudes alimentaires autodestructrices aussi bien qu'à lire un livre sur l'intoxication au monoxyde de carbone (ce qui fit croire à ses proches qu'il envisageait de mettre fin à ses jours alors que la véritable raison était qu'il redoutait que le chauffage au gaz cause involontairement sa perte).

Ne se contentant pas de simplement énumérer les ennuis de santé qui affectèrent Gödel et d'en décrire les effets sur sa vie personnelle, familiale ou professionnelle, voire sur sa pensée ou sa productivité, Brewer se livre à un exercice quelque peu risqué, plus d'un demi-siècle après les faits et en se basant exclusivement sur des sources de seconde main : tenter de formuler quelques hypothèses sur les origines de ces problèmes de santé de même que de ces comportements obsessionnels compulsifs. Le biographe avance certains éléments qui le portent à conjecturer que tout cela n'émane pas d'un traumatisme découlant de son épisode de fièvre rhumatismale en bas âge, mais s'enracine plutôt dans un dysfonctionnement plus profond de la personnalité. L'auteur avance que le comportement de Kurt Gödel et son anxiété ressemblent fortement au besoin intense de prévisibilité que l'on observe bien souvent chez les personnes autistes à haut niveau de fonctionnement. Cette possibilité n'ayant pas été explorée du vivant de Gödel, il ne sera jamais possible de confirmer ou d'infirmer avec certitude une telle hypothèse et Brewer en est pleinement conscient. Il prend néanmoins la peine de présenter ce qu'il estime être des éléments suggestifs : (1) ses interactions sociales difficiles (sa timidité, son évitement des confrontations voire des rencontres en face à face, et son comportement d'ermite) ; (2) un effarant manque d'empathie mainte fois souligné par ses pairs ; (3) une candeur quasi puérile ; (4) des centres d'intérêt restreints ; (5) des problèmes de contrôle se manifestant par exemple par le fait de conserver tous les bouts de papier qui passaient sur son bureau, y compris les bordereaux d'emprunts à la bibliothèque, les étiquettes de bagages, toute correspondance reçue (tant celle, très intime, échangée avec sa mère, que les demandes d'autographes de la part d'illustres inconnus), les innombrables lettres rédigées, mais jamais envoyées, etc. Ce trait de caractère explique presque à lui seul, nous l'avons dit, comment un homme affichant une telle nature confidentielle et opaque put faire l'objet d'une biographie riche en détails précis. Enfin, (6) ses comorbidités comme son hypocondrie extrême, ses accès d'anxiété et de dépression, sa paranoïa croissante, de même que son profond besoin de prévisibilité. Quoi qu'il en soit, il ne fait aucun doute – à la lumière de nombreux témoignages de collègues ou d'amis – que sa femme Adèle, de six ans et demi son aînée, éprouva à son égard des sentiments maternels ou protecteurs et que Kurt semblait considérablement plus à l'aise lorsqu'Adèle (qu'il épousa en 1938) était présente à ses côtés. Le soutien indéfectible prodigué par cette dernière semble donc avoir fortement contribué à le maintenir en relative bonne santé pendant de nombreuses années.

Comme nombre d'autres scientifiques d'exception, Kurt Gödel avait un talent particulier : celui de poser les bonnes questions, soit celles que les autres hésitent à poser. Cela ne se manifesta jamais aussi intensément que dans les mois qui suivirent la fin de ses études doctorales. Lors du deuxième Congrès international des mathématiciens, tenu à Paris en août 1900, le grand mathématicien allemand David Hilbert avait présenté une liste de problèmes qui tenaient jusqu'alors les mathématiciens en échec et qui, à son avis, devaient marquer le cours des mathématiques du XX^e siècle. En septembre 1930, se tint à Königsberg, en Prusse orientale, une conférence à laquelle Gödel assista. Non dépourvu d'un certain sens du spectacle, le logicien autrichien attendit le dernier jour de la conférence pour annoncer qu'il avait résolu, au cours de l'été, par la négative, le deuxième problème d'Hilbert, un problème que l'on pourrait résumer ainsi : *peut-on prouver la cohérence de l'arithmétique ?* Dans une formulation moderne vulgarisée, le résultat portant aujourd'hui le nom de premier théorème d'incomplétude (une propriété qui n'est pas simplement le contraire de la complétude qu'il avait établie dans sa thèse doctorale)

stipule que, pour tout système formel de déduction cohérent capable de prouver des vérités arithmétiques de base, il est possible de construire un énoncé arithmétique qui est vrai, mais qui ne peut être prouvé dans le cadre dudit système. Le point critique de la preuve de Gödel (qui aura des échos dans ses travaux ultérieurs en théorie des ensembles) est sa distinction entre les points de vue interne et externe ; entre les niveaux *mathématique* et *métamathématique*. Il utilise en effet une méthode de codage pour “projeter” le métalangage (qui parle de la logique formelle sous-jacente à l’arithmétique) sur l’arithmétique elle-même et utilise ensuite des opérations arithmétiques usuelles pour montrer que le système formel de déduction contient nécessairement des énoncés indécidables (c’est-à-dire ni démontrables, ni réfutables) au sein de ce système formel.

Bien qu’elle soit souvent qualifiée d’annonce à effet bombe, l’affirmation faite par Gödel à la conférence de Königsberg, à l’effet que dans tout système mathématique assez puissant pour faire de l’arithmétique il existera toujours des vérités qui ne peuvent pas être prouvées à l’intérieur de ce système, fut suivie d’un silence teinté d’incompréhension. La seule personne présente qui sembla être en mesure de prendre la juste mesure de ce qui venait d’être dit fut le génial John von Neumann ; un jeune mathématicien hongrois reconnu pour sa superbe perspicacité. Au cours des mois qui suivirent la conférence de Königsberg, von Neumann et Gödel commencèrent un profond échange épistolaire qui laissa entrevoir qu’une sorte de course pour récolter les fruits découlant de la percée significative réalisée par Gödel était en train de se profiler. Parti avec une longueur d’avance, l’Autrichien franchit la ligne d’arrivée le premier (mais de justesse) pour démontrer le second théorème d’incomplétude qui stipule que pour tout système formel cohérent capable de prouver des vérités arithmétiques de base, l’énoncé de sa propre cohérence peut être déduit (à l’intérieur du système) si et seulement si le système formel est en fait incohérent. Pour le dire autrement, aucune preuve de la cohérence de l’arithmétique ne peut être apportée en utilisant les outils de l’arithmétique. Bon prince, le hongrois laissa alors le champ libre à Gödel et renonça à poursuivre plus avant l’étude des fondements des mathématiques. Il devint ensuite un allié indéfectible de Gödel et entretint avec lui sa vie durant une relation d’amitié basée sur l’admiration mutuelle. C’est d’ailleurs von Neumann lui-même qui, au cours de ses pérégrinations, fit connaître aux logiciens américains les travaux de Gödel. Installé définitivement aux États-Unis à partir de 1933, il veilla également à ce que Gödel y soit invité à plusieurs reprises au cours des années 1930.

Il fallut plusieurs années pour que la part magistrale de l’œuvre de Gödel – celle qu’il présenta à Königsberg ou qui en découle directement – soit complètement appréciée et comprise par la communauté mathématique. Il apparaît néanmoins que certains – dont quelques géants de l’histoire de la logique mathématique et de la philosophie dont Bertrand Russell et Ludwig Wittgenstein – ne furent jamais en mesure de pleinement en saisir et en apprécier la teneur.

N’ayant pas vocation à être hagiographe, Brewer ne manque pas de souligner que le mathématicien et logicien polono-américain Emil Post avait dans une assez large mesure anticipé les travaux de Gödel au cours d’un stage postdoctoral à Princeton en 1921 et 1922. Cependant, ses travaux – certains publiés, mais d’autres pas – n’avaient suscité que peu d’intérêt ; peut-être en partie parce que ceux-ci atteignaient leur point d’orgue tout juste à court d’une démonstration de l’incomplétude du calcul propositionnel décrit dans les *Principia Mathematica*. En dernière

instance, l'auteur abonde dans le même sens que Post lorsque celui-ci affirme ce qui suit dans une carte postale adressée à Gödel en 1938 : "En ce qui concerne les affirmations que je pourrais faire, le mieux que je puis dire est que j'aurais prouvé le théorème de Gödel en 1921, si j'avais été Gödel."

Au début du second tiers des années 1930, Gödel opéra un virage de la logique mathématique vers la théorie des ensembles. À la suite de cette transition, qui fut complétée au printemps 1935, il se consacra corps et âme à tenter de démontrer l'indépendance de l'axiome du choix (AC) et de l'hypothèse du continu (CH) par rapport aux axiomes canoniques de la théorie des ensembles qui sert de fondement aux mathématiques contemporaines. Loin d'être le seul mathématicien à s'être penché sur ces questions, le logicien brunois fut toutefois le premier à réaliser des avancées notables en affinant l'idée de hiérarchie cumulative obtenue quelques années plus tôt par John von Neumann et Ernst Zermelo. Après avoir introduit l'univers constructible, Gödel parvint à montrer que cette classe d'ensembles représente un modèle intérieur de la théorie des ensembles de Zermelo–Fraenkel (ZF) dans lequel l'axiome du choix et l'hypothèse (généralisée) du continu sont vrais. Aussi faste soit-il, ce chapitre de la vie de Gödel, comme le souligne à juste titre Brewer, en fut un marqué par une amère déception. Le mathématicien génial fut en effet frustré dans ses tentatives de montrer que ces deux axiomes sont non seulement cohérents avec les axiomes de ZF (à condition, bien entendu que la théorie ZF soit déjà cohérente), mais aussi indépendants vis-à-vis de ces axiomes.

La montée du fascisme au cours des années 1930 changea radicalement le paysage politique européen, ce qui, inévitablement, eut une incidence négative significative sur le groupe d'intellectuels auxquels appartenait Gödel. D'abord, le 22 juin 1936, leur mentor, Moritz Schlick, fut assassiné, alors qu'il se rendait en classe, par l'un de ses anciens étudiants s'étant sévèrement radicalisé. Dans la foulée, la majorité des membres du cercle de Vienne étant juive (sinon de confession, du moins en vertu d'une appartenance ethnique au sens large du terme), nombreux furent ceux qui suivirent ce que leur dictait leur instinct de survie ou d'autopréservation et qui quittèrent Vienne, l'Autriche, et même l'Europe. Après l'occupation de l'Autriche par l'Allemagne nazie en 1938, Gödel dut se résoudre à mener une vie quelque peu solitaire à Vienne. Même pour lui qui avait la réputation d'être d'une indifférence stupéfiante à l'égard de l'actualité politique, économique et sociale, la situation devint insupportable lorsqu'il fut passé à tabac par une bande de voyous nazis. Les raisons de cette attaque sournoise et vicieuse ne sont pas tout à fait claires. Il est possible que, bien qu'issu d'une famille de vieille souche catholique du côté paternel et d'une famille de confession évangélique luthérienne du côté maternel, on ait cru à tort que Gödel était juif. Ou alors, peut-être a-t-il semblé trop différent, excentrique, frêle ou intellectuel aux yeux de ses agresseurs. Quoi qu'il en soit, cette agression fut la goutte d'eau qui fit déborder le vase. Au début de l'année 1940, alors que la Seconde Guerre mondiale avait déjà paralysé la majeure partie de l'Europe, Kurt Gödel et son épouse entamèrent un long et pénible voyage autour du globe. Ils parcoururent l'Asie d'ouest en est à bord du Transsibérien, traversèrent l'océan Pacifique, et réalisèrent un second voyage transcontinental – de San Francisco à New York cette fois – jusqu'à atteindre Princeton le 10 mars 1940. Cette petite ville du New Jersey devint ainsi son lieu de résidence pour les quelque quatre dernières décennies de sa vie. Dans ce nouveau havre de paix, le logicien autrichien devint membre de l'*Institute of Advanced Study*. Il put ainsi réintégrer l'état d'indifférence vis-à-vis de l'actualité qui le caractérisait et reprendre

son activité intellectuelle.

Brewer aborde frontalement – sans parvenir à la trancher – la question de savoir si Gödel en vint ou non à se sentir chez lui en terre d'Amérique, où s'il vécut plutôt un peu plus de la moitié de sa vie dans une sorte de triple exil : exil géographique, exil culturel et linguistique, et exil local c'est-à-dire au sein de l'*Institute of Advanced Study* où en raison de ses excentricités il demeura toujours une sorte de canard boiteux imparfaitement intégré au corps professoral et à la communauté universitaire. Son comportement perfectionniste et ses idées jugées étranges firent d'ailleurs en sorte qu'il demeura bloqué pendant treize ans dans le statut de simple membre de son centre de recherche et n'accéda à celui de professeur à la faculté de mathématiques qu'en vertu de l'intervention insistante de son directeur, le physicien Robert Oppenheimer, et surtout de celle du mathématicien John von Neumann (qui, ayant su mieux que quiconque apprécier l'ampleur de la contribution intellectuelle de Gödel, alla jusqu'à affirmer devant ses collègues "Comment l'un d'entre nous peut-il être appelé professeur alors que Gödel ne l'est pas ?"). L'impact le plus extérieurement manifeste de cette promotion fut l'assainissement de ses finances. Toutefois, les notes et mémos que Gödel s'adressait à lui-même, et qui furent retrouvés dans ses dossiers après sa mort, révèlent (ce qui peut être surprenant pour quelqu'un qui a des réalisations aussi remarquables, mais ce qui ne l'est peut-être pas tant que ça compte tenu de sa personnalité particulière) qu'il éprouvait de profonds doutes à propos de sa propre valeur comme penseur. Il n'est donc pas exclu que cette élévation de statut, en améliorant l'image qu'il se renvoyait à lui-même, ait pu renforcer (ne serait-ce que minimalement) son estime de soi. En revanche, Brewer rapporte la présence de signes indiquant que son nouveau rang contribua à augmenter le stress mental que Gödel ressentait à l'idée de se montrer à la hauteur de ce que l'on attendait de lui.

C'est un fait bien connu et documenté qu'au milieu des années 1940, après des années d'efforts infructueux pour prouver l'indépendance de l'hypothèse généralisée du continu (GCH) par rapport aux axiomes de la théorie des ensembles de Zermelo–Fraenkel avec axiome du choix (ZFC) qui l'incitèrent à atténuer graduellement l'intensité de son activité en logique mathématique pour mieux s'intéresser à la philosophie, Kurt Gödel effectua un détour impromptu vers les domaines de la physique théorique et de la cosmologie. Il est intéressant de noter que Brewer s'inscrit résolument en faux avec l'opinion communément admise voulant que cette incursion inattendue soit attribuable à son amitié insolite avec le mondialement célèbre physicien Albert Einstein. Il accrédite plutôt la thèse d'une pensée indépendante s'inscrivant certes dans un continuum épistémologique, mais s'y inscrivant indépendamment de toute influence einsteinienne directe et appuyée. Tous deux, locuteurs allemands ayant définitivement tourné le dos au pays (et même au continent) les ayant vus naître dans la foulée de la montée fulgurante du nazisme, tous deux imparfaitement acclimatés à la société américaine en général et au microcosme princetonien en particulier, Einstein et Gödel trouvèrent (chacun à sa façon) un certain réconfort – malgré leur différence d'âge de près de trois décennies – à discourir librement au cours de longues marches quasi quotidiennes. Doté d'une personnalité fort différente de celle d'Einstein (qui était extroverti, affable, plein d'humour, et qui affichait une confiance en soi inébranlable de même qu'une absence de peur dans l'adversité), Gödel était – on le sait – à la fois délicat et d'une timidité maladive. Il supportait mal la critique et fuyait devant la controverse. Il jouissait toutefois de la qualité de ses défauts : ses nombreux angles morts sociaux (effroyablement

obtus, si l'on en croit les écrits laissés par certains des scientifiques l'ayant côtoyé de près) l'immunisaient contre la déférence hypertrophiée et le respect intimidé voire flagorneur ou hypocrite qui semblait affecter à peu près quiconque se retrouvait devant le pilier de la science moderne qu'était Einstein. Tout porte donc à croire que c'est la capacité de Gödel à livrer le fond de sa pensée et à exprimer avec sincérité et transparence ses nombreux désaccords avec l'architecte de la relativité qui constitua le socle sur lequel s'érigea l'amitié entre ces deux hommes de science.

Pour déchiffrer et décrire les dernières années de la vie de Kurt Gödel – alors que ce dernier, éternellement réservé et discret au sujet de sa vie personnelle, avait trouvé refuge dans un exil intérieur encore plus profond – Brewer s'en remet principalement au témoignage du logicien d'origine chinoise Hao Wang. Tout comme d'autres grands noms de l'histoire de la logique mathématique et de la théorie des ensembles dans la seconde moitié du XX^e siècle (comme Paul J. Cohen, Abraham Robinson, Dana Scott et Stanley Tennenbaum), Hao Wang appartient à ce qu'il convient de qualifier de cercle des disciples de Gödel. De ce groupe de jeunes et brillants esprits cherchant à être les émules du logicien autrichien, Wang fut toutefois le seul à entretenir une réelle relation d'amitié avec son maître à penser. Et même là, il ne s'est agi que d'une amitié lointaine.

Il ressort clairement qu'à partir des années 1960, l'hypocondrie de Gödel, sa tendance à la dépression ainsi qu'une certaine forme de paranoïa rampante allèrent tous trois en augmentant, probablement en raison de son isolement croissant (accentué, il va sans dire, par la mort de ses amis les plus proches dont Albert Einstein en 1955, John von Neumann en 1957 et Oskar Morgenstern en 1977), mais aussi possiblement en raison des répercussions sur sa vie quotidienne des nombreux et sérieux ennuis de santé de son épouse (qui semble avoir eu, sa vie durant, nous l'avons vu, un effet apaisant sur lui). Divers signes attestent de la poursuite d'une activité intellectuelle soutenue (principalement en philosophie, mais aussi, bien que dans une moindre mesure, en mathématique). Toutefois, la dernière décennie de vie de Kurt Gödel s'inscrit sous le signe du déclin. Hao Wang rapporte avoir rendu visite à Gödel le 17 décembre 1977. Alors retraité depuis un peu plus d'un an, le logicien autrichien affichait une forme physique passable pour un homme de son âge et de sa constitution. Son équilibre psychique, lui, avait de quoi susciter l'inquiétude la plus vive. Privé de l'aide inestimable de son épouse, qui se trouvait temporairement hospitalisée, Gödel s'était laissé entraîner dans une infernale spirale descendante. Suivant son instinct le poussant à s'isoler plutôt qu'à solliciter et accepter l'aide dont il avait besoin, il avait cédé à ses peurs maladives et irrationnelles d'être empoisonné et refusait complètement de s'alimenter. Lorsque sa conjointe revint à la maison, le 20 décembre, elle le trouva émacié et affaibli. Mais elle ne parvint à le convaincre de se rendre à l'hôpital que neuf jours plus tard. Sa déchéance physique était alors trop aiguë pour espérer être renversée. C'est ainsi que Kurt Gödel mourut d'inanition à 13 heures le 14 janvier 1978, recroquevillé sur une chaise en position fœtale.