

Le livre *Elementary Functions*, des auteurs Andrei et Ludmila Bourchtein, traite des sujets de pré-calcul liés aux fonctions élémentaires. À la différence de bon nombre des autres livres portant sur les mêmes questions, on s'en tient ici aux sujets et techniques accessibles antérieurement à l'introduction du concept de limite, et ce, tout en adoptant un niveau de rigueur approprié à un cours universitaire de mathématiques.

En vue de bien tirer profit de ce livre, le seul prérequis est une maîtrise des notions algébriques enseignées dans le cheminement standard à l'école secondaire. Toutefois, considérant l'approche mathématique stricte et l'exposition parfois un peu dense et donc exigeante pour un novice, ce livre conviendra davantage aux étudiants universitaires de première année désireux d'acquérir une base solide pour l'étude ultérieure du calcul et de l'analyse qu'aux étudiants de lycée en classe terminale. En guise d'introduction au raisonnement mathématique et aux méthodes de preuve en analyse mathématique, la proposition de Andrei et Ludmila Bourchtein n'apparaît être ni la plus accessible ni la plus appropriée. Il s'agit en revanche de l'une des exposition aux propriétés des fonctions élémentaires les plus systématiques, explicites et complètes que l'on peut trouver parmi les ouvrages ne présupposant pas une maîtrise du calcul.

Ce livre de près de 500 pages est divisé en 5 chapitres. On présente dans un premier chapitre d'une cinquantaine de pages faisant office d'introduction quelques notions ensemblistes de base. Puis on aborde successivement les ensembles des nombres rationnels et réels ainsi que leurs principales propriétés respectives. Le deuxième chapitre, qui fait 160 pages, constitue le cœur de l'ouvrage. On y introduit la caractérisation des principales propriétés des fonctions ainsi que les techniques d'analyse des fonctions élémentaires en plus de montrer comment ces techniques peuvent être utilisées concrètement. Il y est question de symétrie (périodicité, parité, imparité), de bornitude, de monotonie, d'extrema, de concavité, d'inflexion, de comportement à l'infini et de convergence à l'infini, d'asymptotes horizontales ou verticales, d'injectivité et surjectivité, et, enfin, d'inversibilité. Chacune de ces notions est illustrée (dans une abondance de figures accompagnées d'une légende et parfois munies d'explications enchâssées) et exemplifiée. Totalisant 140 pages, le troisième chapitre contient des exemples détaillés et approfondis d'applications de l'étude des propriétés considérées au deuxième chapitre. On y considère tour à tour les fonctions polynomiales, rationnelles et irrationnelles. Dans un quatrième chapitre d'un peu moins de 100 pages, on procède à l'étude des fonctions exponentielles, logarithmiques et trigonométriques. Enfin, un court cinquième chapitre de 20 pages à peine vient clore l'exposé en faisant valoir, explications et exemples motivationnels à l'appui, tout l'intérêt du calcul et de l'analyse. Revisitant certaines des fonctions étudiées dans les chapitres précédents, on permet au lecteur d'anticiper d'une part les liens unissant la dérivée première à la monotonie et aux extrema et, d'autre part, la relation entre la dérivée seconde et la concavité ainsi que l'inflexion. Le lecteur se voit guidé dans sa réflexion par une série de questions judicieuses et d'indices.

Ce qui fait la spécificité de cet ouvrage est l'abondance d'exemples, d'exercices travaillés, d'exercices partiellement travaillés, de questions de routine et de problèmes plus corsés (dont certains, d'un niveau de difficulté plus redoutable, sont marqués d'un astérisque).

Muni d'un index répertoriant les différents concepts abordés ainsi que les fonctions étudiées, le livre est toutefois dépourvu d'une bibliographie au sens traditionnel du terme. Tout au plus pointe-t-on, dans une courte section intitulée *Remark on Bibliography*, vers 4 ouvrages populaires consacrés au sujet traité dans le présent ouvrage ainsi que vers 4 monographies classiques recommandées par les auteurs pour approfondir l'étude des techniques plus avancées d'investigation des fonctions esquissées dans l'épilogue.

The book *Elementary Functions* by authors Andrei and Ludmila Bourchtein deals with pre-calculus topics related to elementary functions. Unlike many of the other books on the same subject, this one focuses on topics and techniques that were available before the introduction of the concept of limit, while maintaining a level of rigour appropriate for a university mathematics course.

To get the most out of this book, the only prerequisite is a mastery of the algebraic notions taught in a standard high school course. However, considering the rigorous mathematical approach and presentation that is sometimes a bit dense and therefore challenging for a novice, this book will be better suited for first-year university students wishing to build a solid foundation for the subsequent study of calculus and analysis than for high school students in their final year. As an introduction to mathematical reasoning and methods of proof in mathematical analysis, Andrei and Ludmila Bourchtein's proposal is neither the most accessible nor the most appropriate. On the other hand, it is one of the most systematic, explicit, and complete presentations of the properties of elementary functions that can be found in works that do not presume a mastery of calculus.

This book is almost 500 pages long and is divided into five chapters. In the first chapter of about fifty pages, some basic set concepts are introduced. Next, there is a successive discussion of the sets of rational and real numbers and their main properties. The second chapter, 160 pages long, is the heart of the book. It introduces the characterisation of the main properties of functions as well as the techniques for analysing elementary functions, on top of showing how these techniques can be used in practice. It covers symmetry (periodicity, evenness, oddness), boundedness, monotonicity, extrema, concavity, inflection, behaviour at infinity and convergence at infinity, horizontal and vertical asymptotes, injectivity and surjectivity, and finally, invertibility. Each of these concepts is illustrated (in an abundance of figures accompanied by a legend and sometimes with embedded explanations) and exemplified. The third chapter, totalling 140 pages, contains detailed, in-depth examples of applications of the properties considered in the second chapter. Polynomial, rational, and irrational functions are each considered in turn. A fourth chapter of just under 100 pages examines exponential, logarithmic and trigonometric functions. Finally, a short fifth chapter of just under 20 pages brings the book to a close, highlighting the importance of calculus and analysis with explanations and motivational examples. By revisiting some of the functions studied in the previous chapters, the reader can anticipate the connections between the first derivative and monotonicity and extrema, and the relationship between the second derivative and concavity as well as inflection. The reader is guided in their reflection by a series of judicious questions and clues.

What makes this book so special is the abundance of worked or partially worked examples, routine questions, and more difficult problems (some of which are marked with an asterisk and have a very high level of difficulty).

Although the book includes an index listing the various concepts covered and the functions studied, it lacks a bibliography in the traditional sense of the term. At most, a short section entitled *Remark on Bibliography* refers to four popular works on the subject covered in this book, as well as four classic monographs recommended by the authors for further study of the more advanced techniques for investigating the functions outlined in the epilogue.