

Le livre *A full Axiomatic Development of High School Geometry* concerne le niveau supérieur d'une séquence de quatre niveaux éducatifs de géométrie commençant aux niveaux préscolaires et primaires alors que les jeunes enfants acquièrent de premières expériences avec des formes abstraites par le biais de définitions et d'un assortiment de faits de géométrie. Au deuxième niveau, soit celui de l'enseignement secondaire, les élèves sont censés comprendre ces faits et les définitions qui y sont associées, puis les utiliser pour résoudre des problèmes et formuler des arguments logiques visant à établir d'autres faits. Au troisième niveau, normalement par le biais d'un cours de géométrie d'un semestre, les futurs enseignants en formation initiale sont censés comprendre la source et la genèse des faits qu'ils enseigneront à leurs propres élèves et comprendre comment la vérité est établie dans cette matière au moyen de preuves mathématiques.

Les auteurs, David M. Clark et Samrat Pathania, estiment (et cela tombe sous le sens) que, pour garantir la fiabilité et la crédibilité de la géométrie de la maternelle à la 12^e année, il est impératif de pouvoir compter sur un nombre critique de personnes qui ont une compréhension pleine et entière du sujet. On entend par là des personnes qui connaissent et comprennent la source et la genèse du contenu standard de la géométrie euclidienne de l'enseignement secondaire, sans hypothèses implicites ni aucun autre compromis logique. En proposant un développement axiomatique complet des sujets standards de la géométrie du secondaire, les auteurs espèrent contribuer à ancrer directement la géométrie de la maternelle à la 12^e année dans des mathématiques modernes solides en fournissant une base de connaissances fondamentale qui renforcera l'enseignement de la géométrie secondaire et tertiaire en favorisant une compréhension profonde.

Dans les chapitres 1 à 7 du livre, on considère un plan comme un ensemble de points dont le seul construit primitif est une application qui formalise l'idée intuitive de distance entre deux points. Dix axiomes simples de géométrie (des énoncés à la Hilbert) sont énoncés et utilisés pour introduire de manière cohérente et incrémentielle une vaste gamme de résultats pouvant être déduits de ces axiomes (la déduction, elle, est toutefois laissée en exercice pour le lecteur). Cette grappe de résultats comprend la quasi-totalité des faits géométriques dont il est fait mention dans le programme standard d'études du secondaire. Parmi les notions soigneusement définies et dont les propriétés sont démontrées sous forme de théorèmes, on retrouve la longueur, les mesures d'aire et d'angle, la congruence ou encore la similitude.

Le huitième et dernier chapitre fait figure d'exception. On y soulève deux questions relatives aux métamathématiques : (1) existe-t-il vraiment un plan formant un modèle des dix axiomes susmentionnés ? (2) Si oui, quels sont exactement les plans qui sont des modèles de nos axiomes ? L'auteur offre une réponse à ces deux questions en s'appuyant sur l'ouvrage de Millman et Parker intitulé *Geometry: A Metric Approach with Models*.

Par son sujet, ce livre est susceptible d'intéresser bon nombre de futurs enseignants de mathématiques au niveau secondaire en formation initiale. Toutefois, en raison de l'approche pédagogique retenue (l'enquête avec un guidage minimal très discret) mais aussi de la lourdeur notationnelle et de la densité des informations présentées (250 résultats en tout juste 115 pages ponctuées de 90 figures), cet ouvrage conviendra difficilement à quiconque autre que des étudiants de premier cycle en mathématiques pures plutôt persévérants, en fin de parcours et désireux d'en apprendre davantage sur les fondements de la géométrie classique. On se désolé d'ailleurs que les auteurs se soient faits si avarés de remarques explicatives puisque les commentaires introductifs ouvrant chacun des chapitres nous montre à voir toute l'aisance avec laquelle ils arrivent à aider le lecteur dans le développement et la consolidation des habiletés métacognitives comme le repérage d'utilisations implicite de résultats ou de propriétés dans certaines démonstrations.

The book *A full Axiomatic Development of High School Geometry* focuses on the top tier in a sequence of four educational tiers of geometry beginning in preschool and primary grades, where young children gain their first experiences with abstract shapes through definitions and an assortment of geometry facts. At the second tier, which is high school, students are expected to understand these facts and the definitions associated with them, then use them to solve problems and form logical arguments to establish other facts. At the third tier, normally through a one-semester geometry course, future teachers in training are expected to understand the source and origin of the facts they will be teaching their own students, and to understand how truth is established in this subject by using mathematical proofs.

The authors, David M. Clark and Samrat Pathania, estimate (and it makes sense) that, to ensure the reliability and credibility of geometry from kindergarten to grade 12, it is imperative to be able to count on a certain number of people who have a full understanding of the subject. By this they mean people who know and understand the source and genesis of the standard content of secondary school Euclidean geometry, without unstated assumptions or any other logical compromises. By proposing a comprehensive axiomatic development of standard secondary geometry topics, the authors hope to help anchor K-12 geometry directly in sound modern mathematics by providing a fundamental knowledge base that will strengthen secondary and tertiary geometry education by promoting deeper understanding.

Chapters 1 to 7 of the book consider a plane as a set of points whose only primitive construct is a function that formalizes the intuitive idea of distance between two points. Ten simple Hilbert-style axioms of geometry are stated and used to coherently and incrementally introduce a wide range of results that can be deduced from these axioms (deduction, however, is left for the reader to work out). This set of results includes nearly all the geometric facts mentioned in the standard secondary school curriculum. Among the carefully defined concepts whose properties are demonstrated in the form of theorems are length, area and angle measures, congruence and similarity.

The eighth and final chapter is an exception. Two metamathematical questions are raised here: (1) is there really a plane that is a model of the ten axioms mentioned above? (2) If so, exactly which planes are models of these axioms? The author offers an answer to both these questions, based on Millman and Parker's book titled *Geometry: A Metric Approach with Models*.

Because of its subject, this book is likely to be of interest to many future secondary mathematics teachers in training. However, due to the pedagogical approach used (inquiry with minimal discrete guidance) but also the notational heaviness and density of the information presented (250 results in just 115 pages, punctuated by 90 figures), this book is unlikely to be suitable for anyone other than undergraduate students of pure mathematics who are at the end of their studies and want to learn more about the foundations of classical geometry. It is somehow disappointing that the authors have been so sparing with explanatory remarks, since the introductory comments at the start of each chapter show how deftly they can help the reader to develop and consolidate metacognitive skills, such as recognizing implicit uses of results or properties in certain demonstrations.