

Tri de la table de faits et compression des index bitmaps avec alignement sur les mots

Kamel Aouiche¹, Daniel Lemire¹ et Owen Kaser²

Résumé

Les index bitmaps sont souvent utilisés pour indexer des données multidimensionnelles. Ils utilisent principalement l'accès séquentiel aux données, tant à l'écriture qu'à la lecture. Les bitmaps peuvent être compressés pour réduire le coût des entrées/sorties tout en minimisant l'utilisation du microprocesseur. Les techniques de compression les plus efficaces sont fondées sur la compression par plage (*run-length encoding*) telle que la compression alignée sur les mots. Ce mode de compression permet d'effectuer rapidement des opérations logiques (AND, OR) sur les bitmaps. Cependant, la compression par plage dépend de l'ordre des faits. Nous proposons donc d'exploiter le tri de la table de faits afin d'améliorer l'efficacité des index bitmaps. Le tri lexicographique et par code de Gray, ainsi que le tri par bloc, sont évalués. Selon nos résultats expérimentaux, un simple tri lexicographique peut produire un index mieux compressé (parfois deux fois plus petit) et qui peut être plusieurs fois plus rapide. Le temps requis par le tri apporte un surcoût au temps total d'indexation, mais ce surcoût est amorti par le fait que l'indexation d'une table triée est plus rapide. L'ordre des colonnes peut avoir une influence déterminante sur l'efficacité du tri lexicographique : il est généralement préférable de placer les colonnes ayant plus de valeurs distinctes au début. Le tri par bloc sans fusion est beaucoup moins efficace qu'un tri complet. De plus, le tri par code de Gray n'est pas supérieur au tri lexicographique dans le cas de la compression alignée sur les mots.

Mots-clefs : index bitmap, optimisation, compression, codes de Gray

Fact Table Sorting and Word-Aligned Compression for Bitmap Indexes

Bitmap indexes are frequently used to index multidimensional data. They rely mostly on sequential input/output. Bitmaps can be compressed to reduce input/output costs and minimize CPU usage. The most efficient compression techniques are based on run-length encoding (RLE), such as Word-Aligned Hybrid (WAH) compression. This type of compression accelerates logical operations (AND, OR) over the bitmaps. However, run-length encoding is sensitive to the order of the facts. Thus, we propose to sort the fact tables. We review lexicographic, Gray-code, and block-wise sorting. We found that a lexicographic sort improves compression—sometimes generating indexes twice as small—and make indexes several times faster. While sorting takes time, this is partially offset by the fact that it is faster to index a sorted table. Column order is significant: it is generally preferable to put the columns having more distinct values at the beginning. A block-wise sort is much less efficient than a full sort. Moreover, we found that Gray-code sorting is not better than lexicographic sorting when using word-aligned compression.

kamel.aouiche@gmail.com, lemire@acm.org, o.kaser@computer.org

¹ LICEF, Université du Québec à Montréal, 100, rue Sherbrooke Ouest, Montréal (Québec), H2X 3P2 Canada

² University of New Brunswick, 100 route Tucker Park, Saint Jean, Nouveau-Brunswick E2L 4L5 Canada

1 Introduction

Les entrepôts de données stockent de grands volumes de données : il n'est pas rare de trouver des entrepôts faisant plus de 100 To [15] et parfois même jusqu'à 10 Po [2]. On trouve des tables faisant plus d'un billion de faits (10^{12}) [2]. La construction rapide d'index multidimensionnels sur de grands volumes est donc indispensable pour accélérer l'accès aux données. La technique des index bitmaps (ou index binaires) est l'une des solutions les plus communément utilisées avec l'arbre B et les tables de hachage.

Sans compression, certains index bitmaps sont peu pratiques. Par exemple, l'indexation d'un seul attribut comportant 10 millions valeurs et 100 000 valeurs distinctes nécessiterait un téraoctet. Dans le but de réduire la taille des index bitmaps et de les rendre plus efficaces, plusieurs méthodes de compression ont été proposées. Nous citons la compression par plage [14], la compression alignée sur les octets BBC (*Byte-Aligned Bitmap Compression*) [1], et la compression Lempel-Ziv (LZ77) [4]. Une autre technique de compression, plus compétitive que la simple compression par plage, est la compression alignée sur les mots WAH (*Word-Aligned Hybrid*) [25]. En comparaison avec LZ77 et BBC, WAH fournit des index parfois beaucoup plus rapides [24].

Nous étudions dans ce papier plusieurs méthodes de tri pour améliorer la compression et le temps de calcul des index bitmaps. Le tri, comme le montre la Figure 1, peut être appliqué sur les faits ou sur les codes binaires assignés aux faits. Nous nous intéressons plus particulièrement au tri lexicographique et au tri par code de Gray. De plus, nous discutons de l'ordonnancement des dimensions selon leurs cardinalités afin d'améliorer le coût de stockage et de calcul des index bitmaps (voir la Figure 1). L'étude réalisée dans ce papier porte particulièrement sur les tables de faits. Cependant, elle valable dans un contexte de table autre qu'une table de faits. À notre connaissance, il s'agit de la première étude portant sur cette question. Jusqu'à présent, seul le tri des faits par code de Gray a été proposé [3, 18]. Cependant, ces

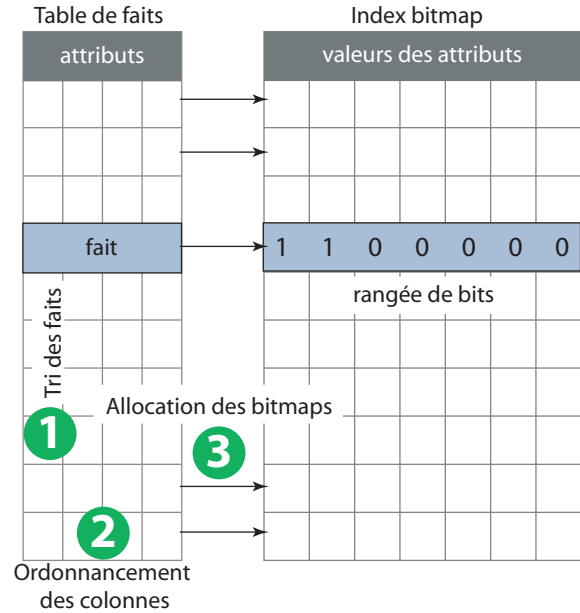


FIG. 1: Application du tri et de l'ordonnancement des dimensions pour améliorer les performances des index bitmaps.

derniers travaux n'ont considéré que le cas d'index de petites tailles : le plus volumineux des index comporte 2 millions de faits et 900 bitmaps. La description des auteurs du tri par code de Gray suppose en effet que l'index bitmap soit d'abord matérialisé sans compression ; ce qui est coûteux en espace de stockage et temps de calcul. Dans notre cas, nous considérons des dimensions ayant plus de 50 000 bitmaps et des tables ayant plus de 100 millions de faits. Nous étudions l'effet que le tri préalable des faits a sur les temps de création des index et d'interrogation des données.

2 Index bitmaps

2.1 Principes de base

Les entrepôts de données représentent souvent leurs données sous la forme d'une table de faits (Tableau 2a) et des tables de dimensions (Tableau 2b). Une table de faits est composée de plusieurs colonnes (attributs : clés étrangères et mesures) et de plusieurs rangées (faits). Une dimension donnée peut prendre plusieurs valeurs :

TAB. 1: Une table de faits, des tables de dimensions et un index bitmap

id-Ville	id-Véhicule	id-Couleur	quantite
1	1	1	2
2	2	1	1
3	1	2	10
4	1	1	3
5	1	3	1
1	2	1	2
6	2	1	1

(a) Table de faits

id	Ville	id	Véhicule	id	Couleur
1	Montréal	1	Voiture	1	Bleue
2	Paris	2	Autobus	2	Rouge
3	Londres			3	Verte
4	Québec				
5	Tokyo				
6	Lyon				

(b) Tables de dimensions

100000	10	100
010000	01	100
001000	10	010
000100	10	100
000010	10	001
100000	01	100
000001	01	100

(c) Index bitmap simple

la dimension « Ville » peut prendre les valeurs « Montréal », « Paris », etc. Les tables de faits peuvent atteindre des volumes importants, allant de millions de faits dans le cas de petites entreprises, à des milliards de faits ou encore plus dans le cas de grandes entreprises. Afin de supporter efficacement les requêtes en ligne sur de telles tables, des index sont souvent nécessaires.

Le premier exemple d'un index bitmap dans un moteur de base de données (MODEL 204) a été commercialisé pour l'IBM 370 en 1972 [17]. On trouve maintenant les index bitmaps dans de nombreux moteurs de base de données, dont les bases de données Oracle. Le principal avan-

tage de ce mode d'indexation est de favoriser l'accès séquentiel aux disques tant à l'écriture qu'à la lecture des données [10].

Le principe de base d'un index bitmap est de représenter les faits de telle manière à ce que les requêtes se traduisent par de simples opérations logiques (AND, OR). Pour chaque valeur v d'un attribut a d'une dimension, un index bitmap est composé d'un tableau de booléens (ou bitmap) ayant autant de bits que de faits et dont les positions des bits mis à 1 correspondent aux faits pouvant être joints avec cet attribut. Le Tableau 2c montre un exemple d'un index bitmap. Par exemple, le tableau de booléens 1000010 correspond au prédicat « Ville = Montréal »; qui n'est vrai que pour le premier et le sixième faits. De la même manière, le prédicat « Véhicule = Autobus » donne le tableau de booléens 0100011. À titre d'illustration, les résultats de la requête « Véhicule = Autobus AND Ville = Montréal » sont calculés en réalisant le AND logique sur les deux tableaux de booléens précédents.

Les index bitmaps sont rapides parce qu'au lieu de lire toutes les valeurs possibles d'un attribut donné, on peut ne lire qu'aussi peu qu'un bit par fait et par attribut, ou même moins si l'on exploite des techniques de compression. Par ailleurs, un microprocesseur peut calculer 32 ou 64 opérations logiques sur un bitmap en une seule instruction. Le regroupement des bits d'un bitmap par paquets de 32 ou de 64 bits ne peut donc qu'améliorer grandement l'efficacité des index bitmaps.

Alors qu'on considère parfois que les index bitmaps sont surtout appropriés pour les attributs de petite cardinalité, comme le sexe ou le statut marital, Wu et al. ont montré qu'ils sont également efficaces lorsque les cardinalités des données sont très élevées [20, 25]. Par ailleurs, les index bitmap permettent d'indexer plusieurs dimensions sans mal, alors que les performances des index multidimensionnels en arbre tels que les arbres R, se dégradent rapidement lorsque le nombre de dimensions augmente [23].

2.2 Encodage des index bitmaps

Il est possible de réduire le nombre de tableaux de booléens, donc de bitmaps, lors de l’indexation de données de forte cardinalité. Un index bitmap simple d’un seul attribut ne comporte qu’une seule valeur vraie par fait (« Montréal » devient 100000) et un bitmap par valeur distincte de l’attribut. Observons qu’étant donné L bitmaps, il existe $\binom{L}{2} = L(L-1)/2$ paires de bitmaps. En représentant les valeurs de la colonne non plus par la position de la valeur vraie, mais plutôt par la position de deux valeurs vraies (« Montréal » devient 1100), on peut utiliser beaucoup moins de bitmaps (voir le Tableau 2) : $(\sqrt{8N+1} + 1)/2$ bitmaps suffisent pour représenter N valeurs distinctes. Par exemple, seuls 2 000 bitmaps sont nécessaires pour représenter 2 millions de valeurs distinctes.

De manière plus générale, l’encodage k -of- N permet de n’utiliser que L bitmaps pour représenter $\binom{L}{k}$ valeurs distinctes. En contrepartie, au lieu de charger un seul bitmap correspondant à une valeur d’attribut impliquée dans une requête, il faut désormais en charger k bits, et effectuer une opération logique AND sur l’ensemble des données.

Lorsqu’il existe une hiérarchie sur une dimension, on peut utiliser une variante de l’encodage k -of- N qui soit particulièrement appropriée : on utilise les premiers h_1 bitmaps pour le premier niveau de la hiérarchie, les h_2 bitmaps suivants pour la deuxième et ainsi de suite. Par exemple, si les 3 premiers bitmaps sont dédiés au premier niveau de la hiérarchie (Canada, France, Belgique), et que les 5 bitmaps suivants sont utilisés pour distinguer l’une des 5 villes dans chacun des pays, « Paris » pourrait avoir le code 10010000 alors que « Montréal » pourrait avoir le code 01010000. Il s’agit d’une forme de dénormalisation [11] qui permet d’éviter à avoir un index distinct sur les données après un roll-up sur une dimension.

On peut aussi regrouper les valeurs des attributs dans des lots [12,19,21] lorsque leur nombre est très important. Par exemple, au lieu d’utiliser un bitmap pour chaque rue de Paris, on peut utiliser un bitmap par quartier. Il existe

TAB. 2: Comparaison entre l’encodage 1-of- N et l’encodage 2-of- N

100000	1100
010000	1010
001000	1001
000100	0110
000010	0101
100000	1100
000001	0011

(a) 1-of- N (b) 2-of- N

des encodages pour supporter les requêtes par plage lorsque la cardinalité des attributs est importante [5].

Lorsqu’on réduit le nombre de bitmaps, on augmente aussi la densité de l’index, c’est-à-dire le ratio des valeurs vraies par rapport aux valeurs fausses. Si l’encodage 2-of- N génère toujours un index bitmap non compressé beaucoup plus petit que l’encodage 1-of- N , la même chose n’est pas nécessairement vraie si l’on compresse l’index.

Lorsqu’on souhaite indexer une table à l’aide de l’encodage k -of- N pour $k > 1$, il arrive qu’on puisse générer un index particulièrement inefficace sur les colonnes ayant peu de valeurs distinctes. Par exemple, si seulement 5 valeurs distinctes sont observées, un encodage simple (1-of-5) n’utilisera que 5 bitmaps alors qu’un encodage 2-of- N exigera 4 bitmaps. Il est certain qu’un encodage 2-of-4 sera moins efficace qu’un encodage 1-of-5. Nous appliquons donc l’heuristique suivante pour nos tests. Toute colonne ayant 5 valeurs distinctes ou moins est limitée à l’encodage 1-of- N . Toute colonne ayant 21 valeurs distinctes ou moins est limitée aux encodages 1-of- N et 2-of- N . Toute colonne ayant 85 valeurs distinctes ou moins est limitée aux encodages 1-of- N , 2-of- N et 3-of- N .

2.3 Compression des index bitmaps

Le principe de la compression par plage est le codage des longues plages de valeurs identiques par un nombre indiquant le nombre de répétitions suivi de la valeur répétée. Par exemple,

Algorithm 1 Calcul du AND logique de deux bitmaps

INPUT: deux bitmaps B_1 et B_2
 $i \leftarrow$ itérateur sur les valeurs vraies de B_1
 $j \leftarrow$ itérateur sur les valeurs vraies de B_2
 S ensemble représentant les valeurs vraies de $B_1 \wedge B_2$ (initialement vide)
while i ou j n'est pas arrivé à la fin du bitmap
do
 $a \leftarrow$ position(i) < position(j)
 $b \leftarrow$ position(i) > position(j)
 while position(i) \neq position(j) **do**
 if (position(i) > position(j)) **then**
 incrémenter l'itérateur i si possible, sinon
 sortir de la boucle
 else
 incrémenter l'itérateur j si possible, sinon
 sortir de la boucle
 if position(i) = position(j) **then**
 ajouter position(i) à S

la séquence 11110000 devient 4140. Comme il est fréquent que les bitmaps comprennent un grand nombre de zéros ou de uns sur de longues plages, la compression par plage s'avère particulièrement appropriée. Cependant, il existe une autre raison pour laquelle cette compression est efficace : elle rend plus rapide l'exécution des opérations logiques. Considérons deux bitmaps B_1 et B_2 comportant chacun $|B_1|$ et $|B_2|$ valeurs vraies. Des algorithmes simples, comme l'Algorithme 1, permettent de calculer les opérations $B_1 \wedge B_2$ et $B_1 \vee B_2$ en temps $O(|B_1| + |B_2|)$. En utilisant des variantes de cet algorithme, nous obtenons le lemme suivant.

Lemme 1. *Étant donnés deux bitmaps B_1 et B_2 compressés par plage et comportant $|B_1|$ et $|B_2|$ valeurs vraies, on peut calculer les opérations logiques $B_1 \wedge B_2$, $B_1 \vee B_2$, $B_1 \oplus B_2$, $B_1 \wedge \text{not}(B_2)$, $B_1 \oplus \text{not}(B_2)$ en un temps $O(|B_1| + |B_2|)$.*

Observons que le nombre de séquences de valeurs vraies doit être égal (plus ou moins un) au nombre de séquences de valeurs fausses.

L'inconvénient de l'Algorithme 1 est que les opérations logiques se font bit-par-bit alors que le microprocesseur opère sur des mots. Au lieu de manipuler chaque bit un à un, il peut-être

plus judicieux de manipuler des mots. Nous distinguons deux types de mots : les mots propres ne comportant que des bits vrais (1x11) ou des bits faux (0x00), et les autres, appelés mots impropres. Nous pouvons coder toute séquence de mots propres de même nature par un entier suivi d'un bit pour distinguer les deux types de mots propres (1x11 et 0x00), alors que les séquences de mots impropres peuvent être codées par un entier déterminant la longueur de la séquence, suivi par les mots impropres représentés *in extenso*.

Wu et al. [25] appliquent cette idée sur l'encodage WAH, mais plutôt sur des mots de 31 bits. Ils représentent les séquences de mots propres du même type par un mot dont le premier bit est faux, le deuxième bit indique le type du mot propre (0x00 ou 1x11) et les 30 bits suivants sont utilisés pour stocker la longueur de la séquence. Les mots impropres de 31 bits sont stockés *in extenso*, tout en mettant le premier bit à la valeur vraie pour indiquer qu'il s'agit d'un mot impropre. Dans le pire des cas, l'encodage WAH peut donc générer des bitmaps dont la taille est supérieure au bitmap non-compressé par un facteur de 32/31 ce qui représente une expansion de plus de 3%. Notre méthode de compression, EWAH (*Enhanced Word-Aligned Hybrid*), utilise un encodage avec des mots de 32 bits¹. Les mots impropres sont stockés *in extenso* alors que les mots propres sont compressés à l'aide d'un mot-marqueur. Le mot-marqueur comprend trois informations : un bit est utilisé pour donner le type de mots propres, 16 bits pour stocker le nombre de mots propres du type donné, et les 15 bits suivants pour compter le nombre de mots impropres suivant la séquence de mots propres. L'inconvénient de notre implémentation est qu'il faut toujours débiter un bitmap par un mot-marqueur ; que le bitmap débute par une séquence de mots propres ou pas². Dans le cas extrême où nous avons de très longues séquences de mots propres, le codage WAH peut s'avérer plus efficace parce qu'il uti-

¹Par souci de simplicité, nous ne présentons notre méthode que pour les mots de 32 bits.

²Cette contrainte est purement technique.

lise un mot tous les 2^{30} mots propres de 31 bits alors que nous utilisons un mot tous les 2^{16} mots propres de 32 bits : ce scénario se produirait si nous avions plusieurs fois 32×2^{16} faits consécutifs sans qu’une valeur d’un attribut donnée n’est observée ³. Par ailleurs, dans la mesure où la table est suffisamment grande, il n’est pas possible pour l’encodage EWAH de générer des bitmaps compressés ayant une taille supérieure au bitmap non compressé (à 0,1% près), contrairement à l’encodage WAH.

Avec la compression alignée sur les mots, pour effectuer une opération logique comme AND, il suffit de lire à la fois les mots propres de type 1x11 et impropres. Le lemme suivant est démontré de manière semblable au Lemme 1.

Lemme 2. *Étant donnés deux bitmaps B_1 et B_2 compressés avec alignement sur les mots et comportant $|B_1|$ et $|B_2|$ mots non nuls, incluant 1x11 et tout mot impropre, on peut alors calculer les opérations logiques $B_1 \wedge B_2$, $B_1 \vee B_2$, $B_1 \oplus B_2$, $B_1 \wedge \text{not}(B_2)$, $B_1 \oplus \text{not}(B_2)$ en un temps $O(|B_1| + |B_2|)$.*

L’espace occupé par un bitmap B compressé par alignement sur les mots est dans $O(|B|)$ et $O(|B|) = O(\text{vrai}(B))$ où $\text{vrai}(B)$ est le nombre de valeurs vraies dans un index bitmap. De plus, lorsque les index bitmaps sont suffisamment creux, c’est-à-dire qu’ils comportent beaucoup plus de valeurs fausses que de valeurs vraies, la plupart des mots propres n’a que des bits faux (0x00) : le coût des opérations est dans $O(\text{impropre}(B_1) + \text{impropre}(B_2))$.

³Pour une table comportant 100 millions faits et indexée par 20 000 bitmaps, ce phénomène pourrait ajouter, dans le pire des cas, 7 Mo à la taille de l’index encodé par EWAH par rapport à WAH. Comme un tel index fait plus de 180 Mo dans nos tests, l’effet est donc de moins de 4%.

3 Tri de la table de faits pour améliorer la compression des index bitmaps

3.1 Formalisation du problème

Si on suppose que l’on exploite la compression par plage, on peut aisément formaliser le problème d’ordonnement des rangées (ensemble des bits assignés à un fait) dans un index bitmap. Si $d(r, s)$ est le nombre de bits qui diffère entre les rangées r et s , il faut trouver l’ordre des rangées r_i qui minimise $\sum_i d(r_i, r_{i+1})$. Par exemple, si deux faits sont représentés par les rangées de bits 0110 et 0011, alors la différence est de 2. Pinar et al. [18, Théorème 1] ont montré qu’on peut réduire ce problème de l’ordonnement des faits au problème du voyageur, qui est lui-même NP-difficile. Ce qui montre que le problème de l’ordonnement n’est pas plus difficile que le problème du voyageur. Nous constatons que comme d satisfait l’inégalité du triangle, il est possible de calculer une approximation 1,5-optimale en un temps cubique [6] en utilisant des approximations au problème du voyageur. Les auteurs affirment par ailleurs que le problème est NP-difficile. L’objet du paragraphe qui suit est de démontrer que c’est effectivement le cas.

Théorème 1. *Le problème de l’ordonnement des rangées dans un index bitmap compressé par plage est NP-difficile.*

Démonstration. Le problème du chemin Hamiltonien consiste à trouver un chemin qui visite chaque sommet exactement une fois. Ce problème est NP-complet. Inspirés par Johnson et al. [9], nous réduisons le problème du chemin Hamiltonien au problème d’ordonnement des rangées. Considérons un graphe quelconque G . Construisons une matrice M comme suit. Chaque colonne de la matrice représente un sommet et chaque rangée un arc. Pour chaque rangée, indiquons par la valeur 1 les colonnes correspondant aux sommets joints par un arc donné. Toutes les autres composantes de la rangée sont nulles. Lorsque deux arcs r et s ont un sommet en com-

mun $d(r, s) = 1$, sinon $d(r, s) = 2$. En minimisant $\sum_i d(r_i, r_{i+1})$, nous trouvons un chemin Hamiltonien s'il existe. \square

Cependant, si le nombre de bitmaps L est petit et que seul le nombre de faits est grand, on peut démontrer qu'une solution en temps polynomial est possible : c'est certainement vrai s'il n'y a qu'un seul bitmap.

Si on généralise l'ordonnement des rangées au cas de la compression alignée sur les mots, le problème n'est pas toujours NP-difficile, même lorsque le nombre de bitmaps est grand. Par exemple, si la taille des mots est égale au nombre de rangées, le problème devient trivial. Formellement, on peut généraliser le problème ainsi : il faut ordonner les rangées dans un index bitmap en tenant compte que le stockage d'une séquence de mots propres de même type (0x00 ou 1x11) coûte w bits, alors que le stockage de tout autre mot coûte w bits. Lorsque w est une petite constante, le problème est NP-difficile.

Théorème 2. *Le problème de l'ordonnement des rangées dans un index bitmap compressé par alignement des mots est NP-difficile si le nombre de bits par mot (w) est une constante.*

Démonstration. Considérons le cas où chaque rangée du bitmap est répétée un multiple de w . Il est donc possible d'ordonner les rangées de telle manière à ce que nous n'ayons que des mots propres (1x11 et 0x00). Il existe une solution optimale de ce type de problème. Dans ce cas, le problème est équivalent à un ordonnancement des mots propres de des deux types afin de réduire leur compression par plage, un problème NP-difficile selon le Théorème 1. \square

3.2 Méthodes de tri

L'ordre lexicographique est défini sur des séquences d'éléments : une séquence a_1, a_2, \dots est plus petite qu'une autre séquence b_1, b_2, \dots si et seulement s'il existe j tel que $a_j < b_j$ et $a_i = b_i$ pour $i < j$. La commande Unix « sort » permet de trier des fichiers plats en utilisant le tri lexicographique. Cette opération est relativement peu coûteuse. Par exemple, sur l'ordinateur utilisé pour nos tests (voir la Section 4),

un fichier plat comportant 5 millions de lignes et plus de 120 Mo peut être trié en moins de 10 secondes. L'instruction SQL « ORDER BY » permet aussi de trier les faits de manière lexicographique en spécifiant plusieurs colonnes : `SELECT * ORDER BY t1, t2, t3`.

Pour montrer que le tri de gros fichiers n'apporte pas de surcharge élevée, considérons le problème où nous avons suffisamment de mémoire interne pour stocker M éléments et un total de n éléments ($n > M$) à trier. Le tri en mémoire externe, tel mis en œuvre par la commande « sort », procède en deux étapes [26] :

1. $\lceil n/M \rceil$ blocs de M éléments sont lus, triés et écrits sur le disque un à un.
2. Une partie de la mémoire (x éléments) est allouée pour l'écriture sur le disque, alors que le reste de la mémoire est utilisé pour lire les premiers $z = \lfloor (M-x)/\lceil n/M \rceil \rfloor$ éléments de chaque bloc. Les éléments lus sont stockés dans un tas. Le plus petit élément du tas est retiré et déposé dans le tampon mémoire d'écriture. Cette dernière opération est répétée ; dès qu'un des $\lceil n/M \rceil$ tampons de lecture est vide, il est rempli à nouveau par les z prochains éléments du bloc. Dès que le tampon d'écriture est plein, il est écrit sur le disque.

Ainsi, en théorie, avec une capacité de mémoire de M éléments, on peut trier près de M^2 éléments en deux passages, sans accès aléatoire au disque. Un ordinateur disposant de quelques gigaoctets de mémoire devrait être à même de trier un ou deux téraoctets de données de cette manière. Si la mémoire disponible est insuffisante pour faire deux passages, des variantes de cet algorithme nécessitent $\lceil \log_M n \rceil$ passages.

Il peut être judicieux de remplacer le tri d'une très grande table, par un tri par bloc sans fusion des blocs triés. On évite ainsi des lectures non-séquentielles sur le disque. Un tri par bloc peut être calculé plus rapidement et est facilement parallélisable.

Dans notre implémentation des index bitmaps, lorsque nous assignons des bitmaps aux valeurs, nous le faisons par défaut en préservant l'ordre alphabétique des valeurs des attributs. Ainsi,

dans un encodage 2-of- N , si le code 101000 est assigné à la valeur « arbre », le code 110000 peut être assigné à la valeur « aaron » (voir l’Algorithme 2). De cette manière, le tri lexicographique de la table, et le tri des rangées de bits dans l’index bitmap, sont deux opérations équivalentes.

Algorithm 2 Allocation alphabétique des bitmaps aux valeurs d’attributs

INPUT: Les valeurs d’un attribut en ordre alphabétique

INPUT: k le nombre de bitmaps alloué pour chaque valeur

INPUT: N le nombre de bitmaps

$a \leftarrow \{1, 2, \dots, k\}$

for chaque valeur v de l’attribut **do**

 alloue les bitmaps a_1, a_2, \dots, a_k à v

$i \leftarrow k$

while $a_i = L - (k - i)$ et $i > 1$ **do**

$i \leftarrow i - 1$

$a_i \leftarrow a_i + 1, a_{i+1} \leftarrow a_i + 2, \dots$

Le tri par code de Gray [18] est défini sur des tableaux de bits. En traitant les séquences de bits comme des codes de Gray, la séquence a_1, a_2, \dots est inférieure à la séquence b_1, b_2, \dots si et seulement s’il existe j tel que :

$$a_j = \mathbf{impair}(a_1, a_2, \dots, a_{j-1}),$$

$b_j \neq a_j, a_i = b_i$ pour $i < j$, où $\mathbf{impair}(a_1, a_2, \dots, a_{j-1})$ vaut 1 s’il y a un nombre impair de valeurs unitaires dans la liste a_1, a_2, \dots, a_{j-1} et 0 sinon. Le Tableau 3 présente un exemple.

Remarque 1. *Étant donné un ensemble contenant toutes les rangées de bits possibles sont représentées, un tri par code de Gray fait en sorte que la distance de Hamming entre deux rangées qui se suivent soit au plus égale à un. En d’autres termes, le tri par code de Gray fournit un ordonnancement optimal des rangées dans le cas où les codes de Gray possibles sont présents.*

Dans le cas où la table ne comporte qu’une seule colonne et qu’on utilise l’encodage 1-of- N , le tri par code de Gray est alors équivalent au tri lexicographique. En effet, si $a_i = b_i$ pour

$i < j$ et $a_j \neq b_j$, on a alors $a_i = b_i = 0$ pour $i < j$; d’où $\mathbf{impair}(a_1, a_2, \dots, a_{j-1}) = 0$. De plus, $a_1, a_2, \dots < b_1, b_2, \dots$ si et seulement s’il existe j tel que $a_j = 0, b_j = 1$, et $a_i = b_i = 0$ pour $i < j$.

S’il y a plusieurs colonnes et que l’on utilise l’encodage 1-of- N pour chaque colonne, le tri par code de Gray est alors équivalent à un tri lexicographique où l’ordre alphabétique est inversé une colonne sur deux. Ainsi, si le fait « Montréal, Voiture » précède le fait « Paris, Voiture », le fait « Montréal, Voiture » précède aussi le fait « Montréal, Autobus ». Il est plus difficile de faire la même analyse lorsque l’encodage k -of- N pour $k > 1$ est utilisé. Cependant, si on utilise l’encodage k_i -of- N pour la colonne i , il n’en reste pas moins que l’ordre du tri par code de Gray est inversé pour la colonne c lorsque $\sum_{j < c} k_j$ est impaire par rapport à l’ordre qu’il aurait eu si $\sum_{j < c} k_j$ était paire.

Pour éviter d’avoir à faire le moindre tri par code de Gray sur les rangées tout en bénéficiant des propriétés des codes de Gray, on peut modifier l’allocation des bitmaps. Si la colonne i suit l’encodage k -of- N , on peut trier par code de Gray les codes k -of- N et allouer le premier code à la première valeur de l’attribut (en ordre alphabétique) et ainsi de suite. Ainsi, si on utilise un encodage 2-of-4, on allouera les codes dans l’ordre suivant 0011, 0110, 1100, 1010, et 1001. Il suffit ensuite de trier la table de manière lexicographique. Cette approche n’est applicable que lorsque $k > 1$.

Afin de trier les rangées de bits par code de Gray, sans matérialiser un index bitmap non compressé, nous avons utilisé un arbre B sur disque [8]. L’arbre B a pour clés les positions des bits dont la valeur est vraie, et pour valeur de ces clés la ligne du texte correspondant à un fait dans le fichier plat qui décrit la table de faits. Par exemple, si un fait représenté par les bits 100010001 dans l’index bitmap, nous utiliserons les entiers 0, 4, et 8 pour clés. En utilisant un encodage k -of- N et des entiers de 32 bits, une table de faits ayant d dimensions aura donc des clés de $4kd$ octets. En comparaison, une table de faits nécessitant 100 000 bit-

TAB. 3: Comparaison entre les deux méthodes de tri

0	1	1	0	1	1
0	1	1	0	1	1
1	0	1	1	1	0
1	0	1	1	1	0
1	1	0	1	1	1
1	1	0	1	1	1
1	1	1	1	1	1
1	1	1	1	0	1
1	1	1	1	0	1

(a) lexicographique (b) codes de Gray

maps aura des clés utilisant 12 Ko si on stockait les rangées de bits sans compression (par exemple, 100010001). Afin de réduire davantage la taille de l'arbre B, nous avons compressé les nœuds de l'arbre par LZ77. L'arbre B traite les séquences de bits comme des codes de Gray. Après avoir construit l'arbre, il suffit alors de traverser ses valeurs de manière croissante. Le résultat est une table de faits triée. Sur de grosses tables, cette approche est au moins 100 fois plus lente que le tri lexicographique. C'est en partie à cause du processus coûteux inhérent à la construction des arbres B. Dans nos tests, nous n'appliquerons pas le tri par code de Gray sur nos gros fichiers de données.

4 Mise en œuvre et résultats expérimentaux

Pour des fins d'expérimentation, nous avons développé un moteur d'index bitmap en C++. Notre moteur lit un fichier plat dont les champs sont séparés par une virgule ou un autre caractère et génère l'index bitmap correspondant. Il est capable d'indexer des fichiers comprenant des millions de valeurs distinctes d'attributs et des milliards de lignes (faits). Pour assurer la reproduction de nos résultats, nous rendons disponible notre logiciel⁴.

⁴<http://code.google.com/p/lemurbitmapindex/>.

L'index bitmap est stocké dans un seul fichier. L'entête du fichier comprend les métadonnées permettant d'associer les valeurs d'attribut aux bitmaps. Nous ne considérons pas le temps du chargement en mémoire de cet entête lors de la présentation la vitesse des requêtes, et de sa taille dans le calcul de la taille des index. L'indexation se fait en deux passages. Un premier passage sur le fichier de données permet de calculer un histogramme. Nous ne prenons pas en compte le temps de cette opération lorsqu'on présente le temps de création des index. L'histogramme est matérialisé sur disque afin d'éviter ce passage lorsqu'on réindexe le fichier avec des paramètres différents. Le deuxième passage écrit dans le fichier d'index des blocs de 256 Mo : l'index est donc partitionné horizontalement. Le processus d'écriture du fichier-index est toujours séquentiel, sans aucun accès aléatoire. Chaque bloc comporte un entête donnant la position en octet au sein du bloc de chaque bitmap : l'entête a donc une taille de $4L$ octets où L désigne le nombre de bitmaps. Le reste du bloc est constitué des bitmaps compressés écrits l'un à la suite de l'autre. Lors des requêtes, seuls les bitmaps requis sont lus. Nous fixons le nombre de bits par mot à 32.

Pour une indexation rapide lorsque le nombre de bitmaps est élevé, on évite d'accéder à chaque bitmap pour chaque rangée du fichier de données ; ce qui donnerait une complexité $O(nL)$. L'Algorithme 3 est exécuté sur chaque partition horizontale et fonctionne en temps $O(nkd + L)$ où k est l'encodage choisi, n est le nombre de faits dans la partition, et d le nombre de dimensions ou de colonnes. Nous utilisons le fait qu'on puisse ajouter plusieurs mots propres de même type à un bitmap compressé par alignement de mots en un temps constant.

Nous avons utilisé pour les tests le compilateur GNU GCC version 4.0.2 sur une machine Apple Mac Pro, dotée de deux processeurs Intel Xeon double cœurs tournant à une cadence de 2,66 GHz et disposant de 2 GiB de mémoire vive. Les temps d'exécution rapportés correspondent au temps écoulé et comprennent donc tout le temps de calcul et le temps des entrées-

Algorithm 3 Algorithme de construction des bitmaps employé. Par souci de simplicité, on suppose que le nombre de rangées est un multiple du nombre de bits dans un mot.

```

 $B_1, \dots, B_L$ ,  $L$  bitmaps compressés
 $B_i.t \leftarrow B_i.b \leftarrow \omega_i \leftarrow 0$  pour  $1 \leq i \leq L$ .
 $c \leftarrow 1$  { compteur de rangées }
 $\mathcal{N} \leftarrow \emptyset$  {  $\mathcal{N}$  champs }
for chaque rangée de la table do
  for chaque attribut de la rangée do
    for chaque bitmap  $i$  correspondant à la valeur d'attribut do
      met à vrai le  $(c \bmod w)^e$  bit du mot  $\omega_i$ 
       $\mathcal{N} \leftarrow \mathcal{N} \cup \{i\}$ 
    if  $c$  est un multiple de  $w$  then
      for  $i$  in  $\mathcal{N}$  do
        ajoute  $c/w - |B_i| - 1$  mots propres (0x00) à  $B_i$ 
        ajoute le mot  $\omega_i$  au bitmap  $B_i$ 
         $\omega_i \leftarrow 0$ 
         $\mathcal{N} \leftarrow \emptyset$ 
       $c \leftarrow c + 1$ 
    for  $i$  in  $\{1, 2, \dots, L\}$  do
       $c/w - |B_i| - 1$  mots propres (0x00) à  $B_i$ 

```

sorties.

4.1 Jeux de données

Nous utilisons quatre ensembles de données : Census-Income [7], DBGGEN [22], DBLP [13], et Netflix [16]. Le fichier Census-Income est composé de 43 dimensions et de près de 200 mille faits. DBGGEN est constitué de données synthétiques alors que les trois autres ensembles sont des données réelles. La table de faits retenue pour DBGGEN comprend 12 millions de faits et de 16 dimensions. La table de faits DBLP a été créée à partir du fichier XML représentant les centaines de milliers d'articles et de communications répertoriés par le site DBLP⁵. Le fichier XML est converti en un fichier CSV où chaque fait est une paire auteur-article. Les dimensions sont le type (compte-rendu, revue, etc.), le nom de la revue ou de la conférence, le nom de l'auteur, le titre et l'année de publication. Les cardinalités des dimensions sont 6, 3 574, 395 578, 528 344 et 49, respectivement. Il y a environ

⁵<http://dblp.uni-trier.de/>

	# de faits	cardinalité	taille
Census-Income	199 523	43	99.1 Mo
DBGGEN	13 977 981	16	1.5 Go
DBLP	1 372 259	5	156 Mo
Netflix	100 480 507	4	2.6 Go

TAB. 4: Caractéristiques des jeux de données utilisés

1,5 millions de faits. La table de faits de Netflix comprend 4 dimensions MovieID, UserID, Rating, Date dont les cardinalités sont respectivement 17 770, 480 189, 5, et 2 182 et un total de plus de 100 millions de faits. Avant le traitement des données Netflix, qui sont regroupées en 17 700 petits fichiers (un fichier par film), nous avons créé un fichier plat unique. L'ordre initial de tous les fichiers de données est rendu aléatoire avant chaque test à l'aide de la commande Unix du type « `cat -n myfile.csv | sort -random-sort | cut -f 2-` ». Il arrive que les jeux de données soient préalablement triés et pour rendre compte de l'apport du tri, il faut effectuer une permutation aléatoire avant chaque test. À cause de cette permutation, certains résultats peuvent varier légèrement d'une expérience à l'autre. Le Tableau 4 résume les principales caractéristiques de nos fichiers de données.

Pour nos tests, nous avons sélectionné trois dimensions pour chaque ensemble de données en prenant soin de choisir des dimensions ayant des cardinalités différentes. Par exemple, les dimensions utilisées pour Census-Income sont : *age* (d1), *education* (d2), et *migration code-change in msa* (25^e champ) (d3). Le Tableau 5 donne la cardinalité de chacune de ces dimensions. Par convention, la dimension ayant la plus faible cardinalité est toujours d1. Census-Income et DBLP ont tous les deux une dimension d3 dont la taille avoisine le nombre de faits (voir Tableaux 4 et 5). Netflix a de loin les plus petites dimensions en comparaison avec le nom de faits.

Pour d'autres expérimentations, nous avons utilisé des données synthétiques ayant une distribution uniforme ou de Zipf et comportant environ 5 000 faits. Les données Zipfiennes sont composées de dimensions ($d \in \{1, \dots, 6\}$). Le paramètre de Zipf s , qui contrôle le biais des

	Census-Income	DBGEN	DBLP	Netflix
d1	91	7	49	5
d2	1 240	11	3 574	2 182
d3	99 800	400 000	528 344	17 770

TAB. 5: Cardinalités des dimensions choisies pour chaque jeu de données

données, est dans $\{0.5, 1.0, 1.5, 2.0\}$. Les données de distribution uniforme ont au maximum 12 dimensions. Chaque valeur d’attribut est un entier choisi d’une manière uniforme et aléatoire. La première dimension peut prendre ses valeurs parmi 100 valeurs distinctes, la deuxième parmi $100r$ et la troisième parmi $100r^2$, et ainsi de suite, où r ne peut prendre que les valeurs 1 ou 2 et ne sert qu’à contrôler la variété dans le nombre des valeurs distinctes. Certains de ces jeux de distribution uniforme contiennent à la fois des attributs indépendants et dépendants.

Les attributs « dépendants » sont obtenus de la manière suivante.

Soit une rangée dont les valeurs des attributs a_1, a_2, \dots, a_d sont indépendantes. Une valeur dépendante est calculée par $\sum a_i p_i$, où la valeur de p_i est égale à 1 avec une probabilité de 0,2 et à 0 sinon. Si $\sum p_i = 0$, nous choisissons uniformément une valeur dans $\{1, \dots, 100\}$.

Après avoir généré les données de cette manière, nous permutons aléatoirement les colonnes. Cela permet de s’assurer que les dimensions de cardinalité élevée ou petite ne se retrouvent pas en tête des colonnes et que les attributs dépendants et indépendants ne se retrouvent pas regroupés ensemble.

4.2 Tri par code de Gray

Dans cette série d’expérimentations, nous comparons les performances du tri par code de Gray avec celles du tri lexicographique sur les données synthétiques de distribution uniforme et de Zipf. Rappelons que le tri peut s’appliquer aux faits ou lors de l’assignation des codes aux bitmaps de l’index. Pour chaque jeu de données, nous avons généré des index bitmaps en utilisant un tri lexicographique (Lex) et un tri par code de Gray (Gray). Nous avons également uti-

lisé un simple regroupement (Random-sort) sur la table de faits avec la commande Unix « sort – random-sort » : cette commande regroupe tous les faits identiques en séquences continues, mais n’ordonne pas les faits entre eux. Il est possible d’implémenter Random-sort en temps linéaire par rapport au nombre de faits ($O(n)$) alors que le tri lexicographique est en $\Omega(n \log n)$. Le tri des faits peut être combiné avec le tri des codes assignés aux bitmaps (voir la Section 3.2). Si les faits sont triés lexicographiquement, l’allocation peut se faire en utilisant le tri par code de Gray (Lex-Gray) ou le tri alphabétique (Lex-Alpha ou tout simplement Lex). Si les faits sont en revanche triés par code de Gray, nous n’étudions que l’allocation alphabétique des codes aux bitmaps (Gray-Alpha ou tout simplement Gray). Pour rendre compte de l’amélioration apportée par les différentes méthodes de tri, nous avons aussi généré des index bitmaps pour des faits ordonnés aléatoirement (Random-shuffle). Nous calculons ainsi les améliorations relatives en espace de stockage de chaque tri par rapport à Random-shuffle.

Nous étudions en particulier les effets qu’ont sur l’indexation par bitmap le nombre de dimensions, le biais des données et la valeur k de l’encodage k of N . Nous avons aussi utilisé Census-Income (voir le Tableau 4) pour mesurer les mêmes performances sur des données réelles.

La Figure 2a montre que le paramètre r , qui contrôle la variété dans le nombre de valeurs distinctes, semble presque ne pas avoir du tout d’effet sur les différents jeux de données de distribution uniforme. Le tri lexicographique réduit d’environ de moitié la taille de l’index lorsqu’il n’y a qu’une dimension indépendante ($d = 1$). Ce bénéfice est d’autant plus réduit que le nombre de dimensions augmente jusqu’à en devenir négligeable. Par contre, Random-Sort semble totalement inefficace même lorsqu’il n’y a qu’une dimension indépendante.

La Figure 3a montre, pour différentes valeurs de r de la distribution uniforme, l’impact que peut avoir le nombre de dimensions indépendantes d sur les performances relatives du tri par code Gray et du tri lexicographique. Nous

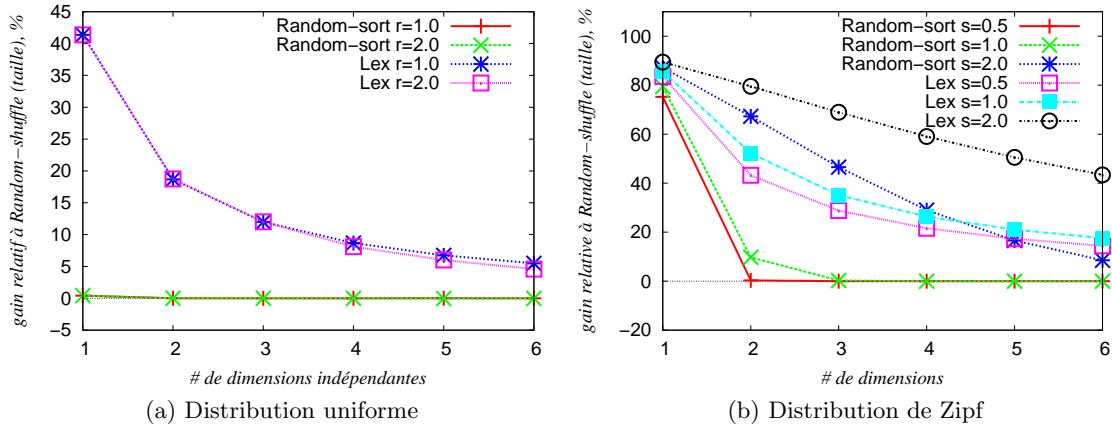


FIG. 2: Performance de Random-sort et Lex comparée à Random-shuffle en fonction de d , $k = 2$. Pour les distributions uniformes, l’axe des x donne le nombre de dimensions dépendantes. Les données ont en effet 2, 4, \dots , 12 dimensions.

notons une amélioration marginale (moins de 1,5 %) de la taille de l’index lorsqu’il n’y a qu’une dimension indépendante. Cette amélioration diminue lorsque le nombre de dimensions et la valeur de r augmentent. En comparant les deux versions du tri par code de Gray, nous constatons que le tri des codes alloués aux bitmaps en tant que codes de Gray surpasse légèrement le tri par code Gray des faits.

À partir de la Figure 2b, nous notons que le regroupement (Random-sort) réduit la taille d’un index bitmap tout aussi bien que le tri lexicographique à condition qu’il n’y ait pas plus d’une dimension au total. Le tri lexicographique améliore davantage ces performances pour les distributions de Zipf d’au moins deux dimensions. Cette figure montre bien que le tri lexicographique apporte un bénéfice substantiel, même pour un nombre de dimensions élevé, et que ce bénéfice croît en fonction du biais s .

La Figure 3b montre l’effet que peut avoir le nombre de dimensions sur les performances du tri par code de Gray par rapport au tri lexicographique pour $k = 2$ et différentes valeurs du biais s des distributions de Zipf. Nous constatons que plus la distribution est biaisée, plus le bénéfice apporté par le tri par code de Gray est grand. Dans nos données synthétiques, un biais plus grand correspond à un nombre de va-

leurs d’attributs plus petit et donc, à des index bitmaps plus denses. Nous pensons que le code de Gray est plus compétitif sur des index bitmaps denses. Cependant, cet avantage diminue rapidement lorsque le nombre des dimensions croît. Pour une seule dimension, l’amélioration des performances est de 8 % ; au delà de 3 dimensions, elle est en dessous de 2 %. La différence observée entre Gray-Lex et Gray est négligeable (moins de 2 % sur la Figure 3a et moins de 0,5 % sur la Figure 3b), sauf pour les données unidimensionnelles, où Gray-Lex est 1 % moins bon que Gray.

Des résultats similaires ont été observés pour $k = 3$ ou $k = 4$. Les valeurs de k plus grandes améliorent légèrement (environ 5 % pour $d = 2$ et $s = 2.0$) les performances du tri par code de Gray par rapport au tri lexicographique. Ceci est également expliqué par le fait que le tri par code de Gray est plus compétitif sur des index bitmaps denses.

En comparant les Figures 3a et 3b, nous notons que Gray (et donc Gray-Lex, dont la performance moyenne est presque identique à celle de Gray) fournit une amélioration par rapport à Lex. Cependant, cette amélioration décroît rapidement selon le nombre croissant des dimensions.

Nous avons aussi utilisé trois jeux de don-

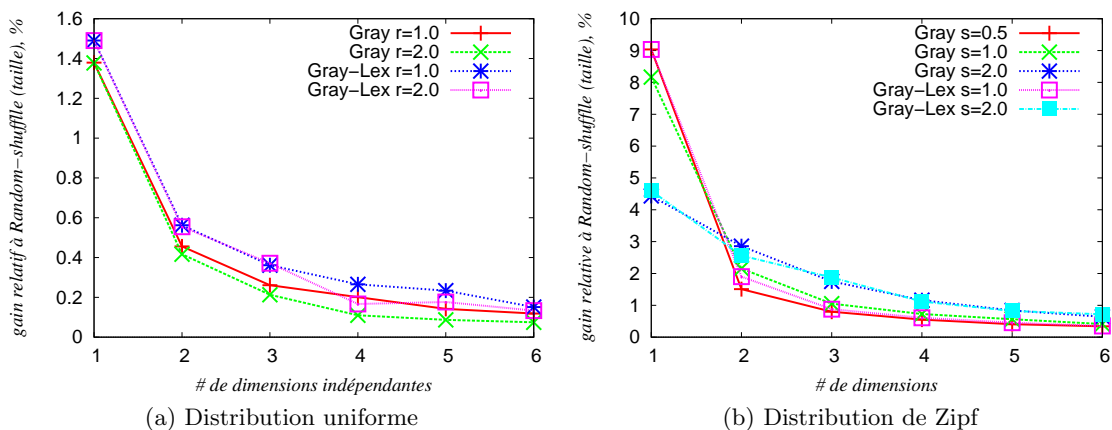


FIG. 3: Performance de Gray et Lex-Gray comparée au tri lexicographique en fonction de d , $k = 2$.

nées pour voir quels sont les bitmaps les plus affectés par le tri. Pour minimiser le nombre de bitmaps (pour des raisons de lisibilité), nous n'avons utilisé que $k = 4$ car peu de bitmaps sont produits pour cet encodage. Nous avons généré un fichier à distribution de Zipf comportant 8 449 faits et ayant un biais unitaire ($s = 1$). Les colonnes utilisent 16, 15, 16, et 15 bitmaps et ont respectivement 1 382, 1 355, 1 378 et 1 345 valeurs distinctes. Nous avons aussi généré un fichier à distribution uniforme comportant 20 000 faits et 3 dimensions indépendantes avec des cardinalités respectives de 100, 200 et 400, et 3 dimensions dépendantes générées avec l'algorithme mentionné à Section 4.1. Les colonnes comptent, dans l'ordre, 200, 100, 400, 526, 537 et 536 valeurs distinctes et elles utilisent 10, 9, 12, 13, 13 et 13 bitmaps. Finalement, nous avons retenu deux extraits de Census-Income : Census-Income A décrit à la Section 5 et Census-Income B obtenu en remplaçant la dimension la plus dominante d3 de ce jeu (cardinalité de 99 800) par la dimension « dividends from stocks » de cardinalité plus faible (égale à 1 478). Les colonnes de Census-Income A utilisent 9, 15 et 41 bitmaps. Celles de Census-Income B utilisent 9, 15 et 16 bitmaps.

Dans les Figures 4a et 4b, nous comparons l'effet de Gray et de Lex sur les différents bitmaps. Le facteur mesuré $(1 - C/N)$ s'approche

de 1 lorsque les bitmaps sont fortement compressés, mais vaut 0 lorsqu'il y a peu de compression. Les bitmaps les plus « significatifs » de chaque dimension sont les plus à gauche. On constate un phénomène qui peut être surprenant : même si les bitmaps appartiennent à différentes dimensions, le taux de compression des bitmaps décroît de manière monotone pour les données synthétiques (Figures 4a et 4b). On constate ce même phénomène pour Gray sur Census-Income (Figure 4d). Ce résultat suggère que le tri accélère les requêtes sur les premières colonnes davantage que sur les dernières, mais il accélère aussi les requêtes sur certaines valeurs plutôt que d'autres au sein d'une même colonne, selon que les bitmaps correspondants soient plus ou moins significatifs pour le tri. Par exemple, si l'allocation des bitmaps se fait de manière alphabétique, une requête portant sur la valeur Aaron pourra être plus rapide qu'une requête portant sur la valeur Zebra.

Dans les Figures 4c et 4d, nous avons comparé Random-Sort et Gray (Lex étant comparable à Gray). Alors que Gray compresses mieux que Random-Sort, on remarque aussi que Random-Sort ne favorise pas la compression des bitmaps les plus à gauche. Ce résultat est prévisible si on considère que Random-Sort ne trie pas les valeurs. Alors que Census-Income A et Census-Income B ne diffèrent que du choix de la dernière colonne, Random-Sort a presque la même

performance que Gray sur Census-Income B alors que sa performance est bien moindre sur Census-Income A. Cela s'explique par la colonne d_3 utilisée dans Census-Income B qui a la valeur 0 avec une probabilité de 89%. En effet, comme Random-Sort ne fait que regrouper les faits identiques, il se trouve favorisé par une colonne ayant des valeurs relativement très fréquentes.

4.3 Effet de l'ordre des colonnes

Le tri de la table de faits nécessite un ordonnancement des colonnes. Puisque le tri se fait avant la construction de l'index, seuls les histogrammes des valeurs par dimension sont connus. Deux stratégies simples s'offrent à l'analyste : trier en premier sur les petites dimensions ou sur les dimensions dont la cardinalité est plus importante. Les deux techniques ont leurs avantages. Les dimensions de cardinalité élevée génèrent plus de bitmaps et peuvent occuper plus d'espace si elles sont mal ordonnées. Dans la mesure où plusieurs de leurs valeurs sont relativement fréquentes (plus de 32 occurrences), un tri privilégiant une grande dimension est donc plus avantageux. En plaçant une dimension ayant un grand nombre de valeurs distinctes en premier, les dimensions subséquentes seront relativement peu triées : on trouvera peu de plages de valeurs constantes. Nous pouvons tirer la conclusion suivante : si la cardinalité d'une des dimensions est beaucoup plus importante que celle des autres et comprend plusieurs valeurs dont l'occurrence est élevée, il est alors plus judicieux de la mettre en tête du tri. En revanche, s'il y a peu de différences entre les cardinalités, il est peut-être plus préférable de trier d'abord à partir des dimensions de faible cardinalité afin que l'ensemble des colonnes puissent bénéficier du tri.

La Figure 5 montre une comparaison de l'efficacité de deux ordonnancement des colonnes. Pour ces tests, nous n'avons retenu que 3 colonnes pour chacune des tables. Les gains en compression dus au tri lexicographique sont d'au moins 20%, mais peuvent atteindre un facteur de dix dans le cas de Netflix. Nous constatons que l'effet de l'ordre des colonnes semble être

moins prononcé pour l'encodage 4-of- N que pour l'encodage 1-of- N . Cela s'explique par le fait que le nombre de bitmaps générés par une grande dimension est moindre pour l'encodage 4-of- N que pour 1-of- N . L'effet de l'ordonnement des dimensions est relativement important. Pour DBGEN, il est nettement préférable de trier selon la plus grande dimension alors que pour DBLP, il est nettement préférable de trier selon la plus petite dimension. Il suffit de consulter le Tableau 5 pour se rendre compte qu'il n'est pas préférable de trier selon la plus grande dimension pour DBLP : elle comporte un demi-million de valeurs distinctes alors que la table de faits n'en comporte que 1,5 million de faits. Ce qui représente une fréquence moyenne inférieure à 3 pour chaque valeur distincte. Pour Netflix et Census-Income, la différence entre les deux ordonnancements est plus modérée (environ 30%). Le Tableau 6 donne le détail de l'effet du tri sur les différentes dimensions selon l'ordre des colonnes.

Le tri tend à créer des plages de valeurs identiques sur les premières colonnes. Les effets bénéfiques du tri sont sans doute moins apparents sur les dernières colonnes (voir le Tableau 6), à moins que celles-ci soient fortement corrélées avec les premières. Si le nombre de colonnes est élevé, les bénéfices du tri peuvent être moindres et voire même s'estomper. Dans le Tableau 7, nous avons trié des projections de Census-Income et DBGEN sur 10 dimensions $d_1 \dots d_{10}$ ($|d_1| < \dots < |d_{10}|$, où $|x|$ désigne la cardinalité de la dimension x). Les dimensions $d_1 \dots d_3$ faisant parties de ces 10 dimensions ne correspondent pas à celles illustrées au Tableau 5. Nous notons que pour Census-Income, peu importe l'ordre des colonnes, l'effet du tri se fait sentir jusqu'à la dernière colonne. Pour DBGEN, l'effet se fait sentir sur toutes les colonnes si on tri d'abord sur la colonne ayant la plus petite cardinalité, alors que l'effet ne persiste que sur 5 colonnes lorsque l'on tri à partir de la plus grande cardinalité (d_{10}). Dans tous les cas, l'effet du tri est nettement plus présent sur les premières dimensions triées que sur les dernières.

Si on compare le Tableau 6 avec le Tableau 7,

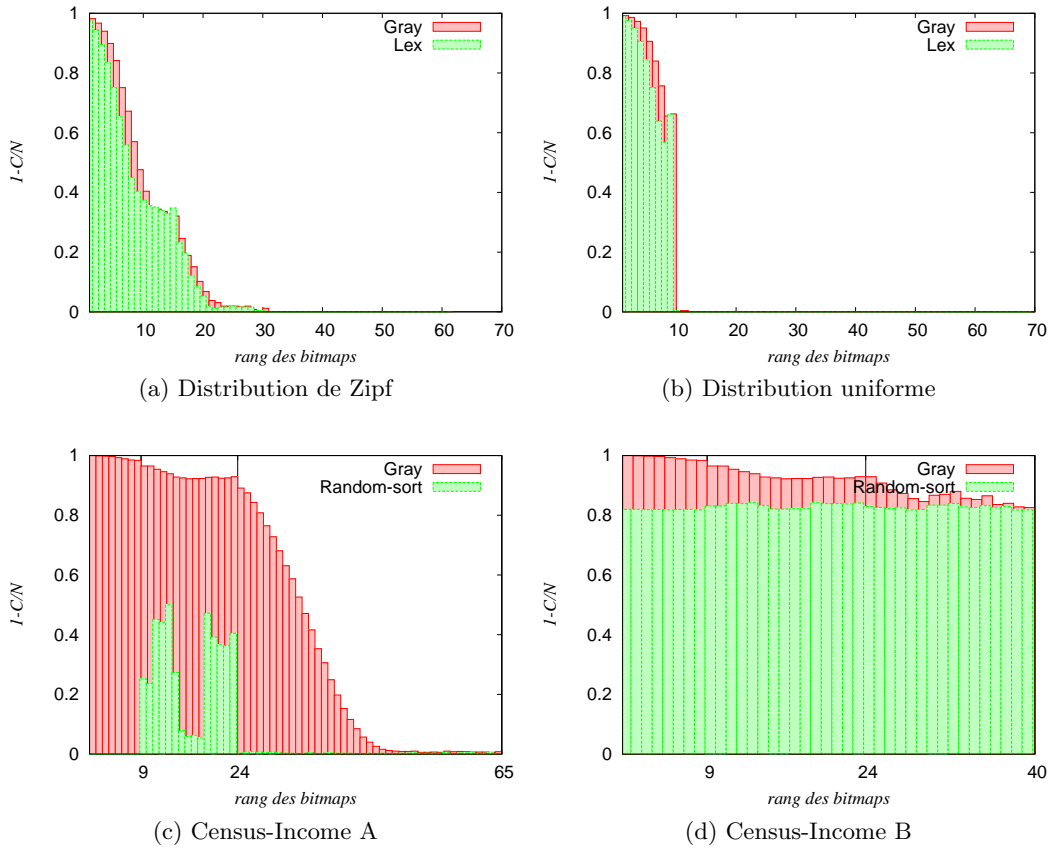


FIG. 4: Tri par code de Gray et tri lexicographique des codes alloués aux bitmaps, $k = 4$. C est la taille après compression et N la taille sans compression. Les bitmaps de tête sont mieux compressés.

	Census-Income			DBGEN		
	sans tri	d1d2d3	d3d2d1	sans tri	d1d2d3	d3d2d1
d1	$0,27 \times 10^6$	448	$0,25 \times 10^6$	$2,58 \times 10^6$	75	$2,58 \times 10^6$
d2	29 176	12 036	28 673	$4,12 \times 10^6$	347	$4,11 \times 10^6$
d3	$0,50 \times 10^6$	$0,45 \times 10^6$	$0,30 \times 10^6$	$24,45 \times 10^6$	$19,62 \times 10^6$	$3,46 \times 10^6$
total	$0,80 \times 10^6$	$0,46 \times 10^6$	$0,58 \times 10^6$	$31,15 \times 10^6$	$19,62 \times 10^6$	$10,16 \times 10^6$
	DBLP			Netflix		
	sans tri	d1d2d3	d3d2d1	sans tri	d1d2d3	d3d2d1
d1	$0,79 \times 10^6$	237	$0,55 \times 10^6$	$15,54 \times 10^6$	256	$12,47 \times 10^6$
d2	$2,62 \times 10^6$	42 407	$0,97 \times 10^6$	$0,19 \times 10^9$	$0,14 \times 10^6$	$20,30 \times 10^6$
d3	$3,27 \times 10^6$	$1,61 \times 10^6$	$1,61 \times 10^6$	$0,20 \times 10^9$	$44,52 \times 10^6$	$0,92 \times 10^6$
total	$6,68 \times 10^6$	$1,61 \times 10^6$	$2,13 \times 10^6$	$0,39 \times 10^9$	$44,66 \times 10^6$	$33,69 \times 10^6$

TAB. 6: Nombre de mots de 32 bits utilisés pour les différents bitmaps selon que les données aient été triées lexicographiquement à partir de la dimension la plus importante (d3d2d1) ou la dimension la plus petite (d1d2d3) pour $k = 1$.

on constate que pour Census-Income, il importe peu qu'on trie à partir de la colonne de plus faible cardinalité (d1) ou de plus forte cardina-

lité. Cela s'explique parce que nous avons retenu une colonne de très forte cardinalité (99 800 valeurs distinctes) par rapport au nombre total

de faits (199 523). Pour DBGEN, l'avantage du tri à partir de la colonne de plus forte cardinalité est moindre avec dix colonnes (Tableau 7) qu'avec trois colonnes (Tableau 6). Cela s'explique par le fait que dans le premier cas, nous avons introduit la colonne d10 qui comporte un million de faits distincts contre un total de près de 14 millions de faits pour DBGEN alors que la colonne d3 dans le Tableau 6 ne comporte que 400 milles valeurs distinctes.

L'ordonnancement des colonnes a un effet sur les performances de l'index dans le sens où un index de plus petite taille suite à un tri sera plus rapide. Si le tri favorise une colonne plutôt qu'une autre, les requêtes portant sur cette colonne devraient en bénéficier.

On pourrait aussi élaborer d'autres stratégies plus sophistiquées en tenant pleinement compte des histogrammes. Par exemple, une dimension n'ayant que des valeurs avec une fréquence inférieure à 32 ne devrait sans doute pas servir de base au tri. Dans le cas où nous avons beaucoup de colonnes et qu'on souhaite tout de même tirer profit du tri, on peut envisager des techniques comme le partitionnement vertical. Canahuate [3] établissent non pas l'ordre des colonnes, mais aussi l'ordre des bitmaps : leur approche suppose que l'index bitmap a été préalablement matérialisé avant le tri.

4.4 Effet du tri par bloc

Jusqu'à présent, nous n'avons considéré que le tri de la totalité de la table de faits. Cette opération peut s'avérer coûteuse pour les grandes tables de faits. En effet, le tri est une opération qui requiert un temps $\Omega(n \log n)$ alors que l'indexation d'une table de faits ayant un nombre déterminé de valeurs par colonne est une opération en temps $\Omega(n)$: pour n suffisamment grand, le tri dominera le temps de construction des index. Un tri par bloc sans fusion des blocs peut se faire en temps $O(n \log n/B)$ où B est le nombre de blocs. La différence entre $\log n$ et $\log n/B$ peut être significative. Si on considère n/B comme une constante qui ne dépend que de la mémoire disponible, alors le temps du tri devient une opération en temps linéaire.

La question qui se pose est de savoir si le tri par bloc peut avoir des bénéfices comparables au tri complet. Pour tester cette hypothèse, nous avons retenu nos deux plus grosses tables (DBGEN et Netflix) et trié lexicographiquement. Nous avons projeté chaque table sur trois dimensions de cardinalités différentes (voir la Section 4.1). La taille d'un bloc est obtenue en divisant le nombre total de faits par le nombre de blocs souhaité. Cette valeur est passée à la commande Unix « split » qui se charge de scinder la table de faits en plusieurs blocs, qui sont ensuite à leur tour triés par la commandes « sort ». Ces blocs ainsi triés sont finalement fusionnés en utilisant la commande Unix « cat » pour obtenir une table de faits triée par bloc. Le Tableau 8 montre que le temps du tri par bloc diminue lorsque le nombre de blocs augmente. Cela est dû au fait que lorsque le nombre de blocs est élevé, on a moins de données à trier par bloc et donc un tri plus rapide.

Les Figures 6 et 7 montrent la variation du temps de création des index et leur taille en fonction du nombre de blocs utilisés pour trier la table de faits. Le temps de création des index (pris à chaud, donc sans le temps de calcul de l'histogramme) et l'espace qu'ils occupent augmentent proportionnellement au nombre de blocs. Le traitement par bloc, sans fusion des blocs, empêche certains regroupement de valeurs d'attributs. Plus il y a de blocs, moins il y a de regroupements possibles et par conséquent moins de compression. Cela donne alors lieu à des index bitmaps plus volumineux. L'effet est considérable : le fait de trier Netflix en 5 blocs peut doubler la taille de l'index (voir Tableau 8) par rapport à un tri complet. Le temps de construction est plus élevé quand le nombre de blocs augmente, car on se retrouve avec plus de données à écrire sur disque.

Par ailleurs, pour un nombre de blocs donnée, la taille des index et le temps de construction varient inversement par rapport à la valeur de k utilisée pour l'encodage des bitmaps. L'effet de k sur la taille et le temps vient du fait que lorsque k a une petite valeur, le nombre de bitmaps est plus élevé. Un index plus pe-

	Census-Income				DBGEN			
	cardinalités	sans tri	d1 ... d10	d10 ... d1	cardinalités	sans tri	d1 ... d10	d10 ... d1
d1	7	42 427	32	42 309	2	$0,75 \times 10^6$	24	$0,75 \times 10^6$
d2	8	36 980	200	36 521	3	$1,11 \times 10^6$	38	$1,11 \times 10^6$
d3	10	34 257	1 215	28 975	7	$2,58 \times 10^6$	150	$2,78 \times 10^6$
d4	47	$0,13 \times 10^6$	12 118	$0,13 \times 10^6$	9	$0,37 \times 10^6$	100 6	$3,37 \times 10^6$
d5	51	35 203	17 789	28 803	11	$4,11 \times 10^6$	10 824	$4,11 \times 10^6$
d6	91	$0,27 \times 10^6$	75 065	$0,25 \times 10^6$	50	$13,60 \times 10^6$	$0,44 \times 10^6$	$1,42 \times 10^6$
d7	113	12 199	9 217	12 178	2 526	$23,69 \times 10^6$	$22,41 \times 10^6$	$23,69 \times 10^6$
d8	132	20 028	14 062	19 917	20 000	$24,00 \times 10^6$	$24,00 \times 10^6$	$22,12 \times 10^6$
d9	1 240	29 223	24 313	28 673	400 000	$24,84 \times 10^6$	$24,84 \times 10^6$	$19,14 \times 10^6$
d10	99 800	$0,50 \times 10^6$	$0,48 \times 10^6$	$0,30 \times 10^6$	984 298	$27,36 \times 10^6$	$27,31 \times 10^6$	$0,88 \times 10^6$
total	-	$1,11 \times 10^6$	$0,64 \times 10^6$	$0,87 \times 10^6$	-	$0,122 \times 10^9$	$0,099 \times 10^9$	$0,079 \times 10^9$

TAB. 7: Nombre de mots de 32 bits utilisés pour les différents bitmaps selon que les données soient triées lexicographiquement à partir de la dimension la plus importante (d10...d1) ou la dimension la plus petite (d1...d10) pour $k = 1$.

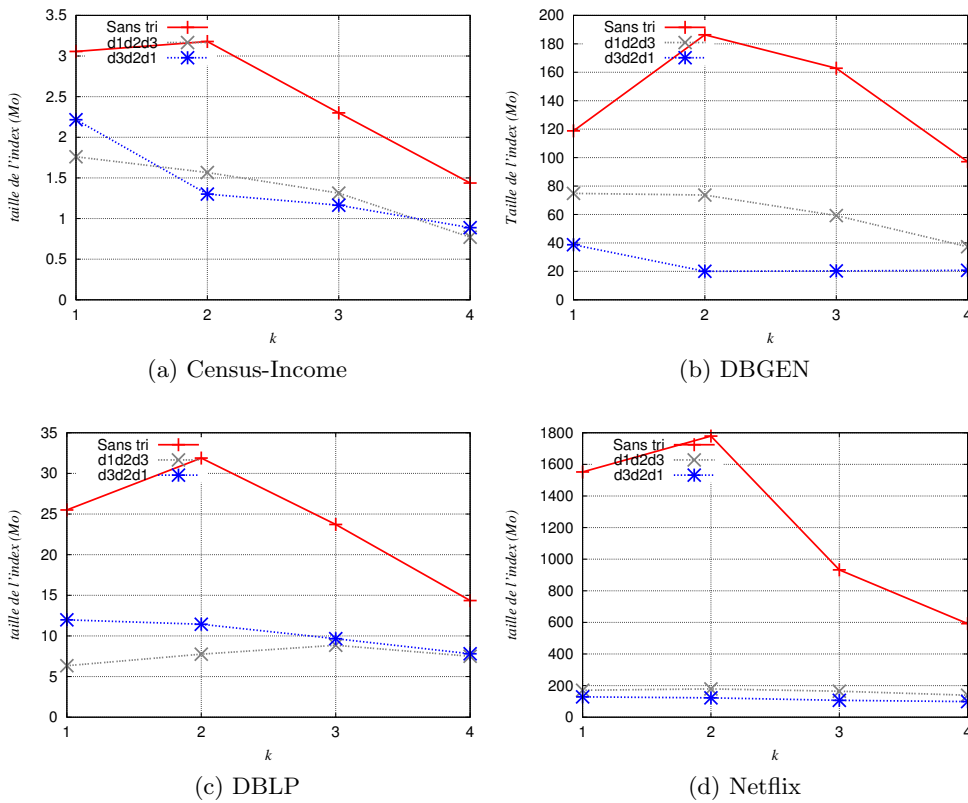


FIG. 5: Taille de l'index selon que les données ne soit pas triées ou triées lexicographiquement à partir de la dimension la plus importante (d3d2d1) ou de la dimension la plus petite.

tit est construit plus rapidement. Cependant, parce que des bitmaps moins nombreux, mais plus sont moins compressibles, la taille de l'index n'est pas proportionnelle au nombre de bitmaps. En effet, alors que le nombre de bitmaps décroît exponentiellement avec k , la taille de

l'index n'est réduite que d'un facteur de 2 à 4 lorsque k passe de 1 à 4.

Nous présentons le temps d'interrogation des données via les index bitmaps en fonction du nombre de blocs utilisés pour le tri. Pour cela, nous avons sélectionné pour chaque jeu de don-

# de blocs	DBGEN					Netflix				
	tri	fusion	indexation	total	taille	tri	fusion	indexation	total	taille
tri complet	31	-	65	96	39	487	-	558	1 045	129
5	28	2	68	98	51	360	85	572	1 017	264
10	24	3	70	99	58	326	87	575	986	318
500	17	3	87	107	116	230	86	601	917	806
aucun tri	-	-	100	100	119	-	-	689	689	1 552

TAB. 8: Temps du tri par bloc, le temps d'indexation et la taille des index pour $k = 1$ (temps en secondes et taille en Mo), seules trois dimensions par table sont utilisées.

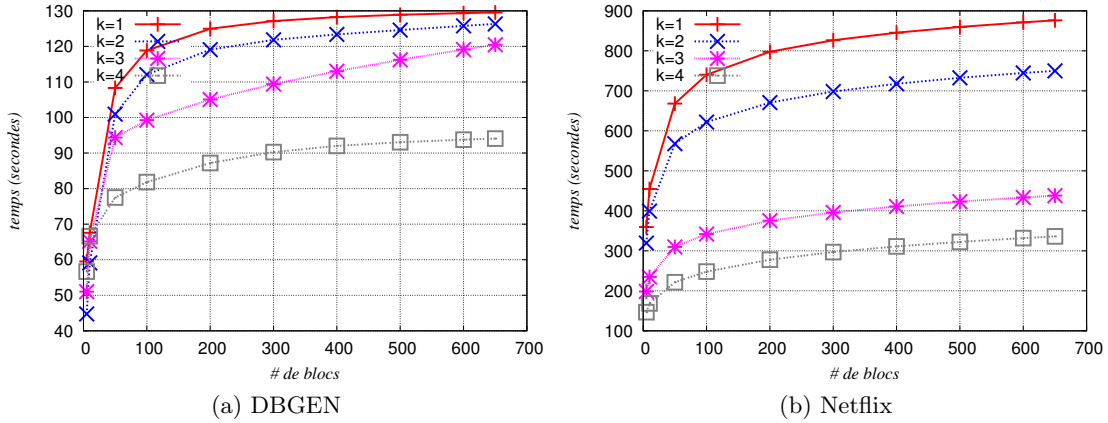


FIG. 6: Temps de construction des index bitmaps en fonction du nombre de blocs utilisés pour le tri, excluant le temps requis pour le tri.

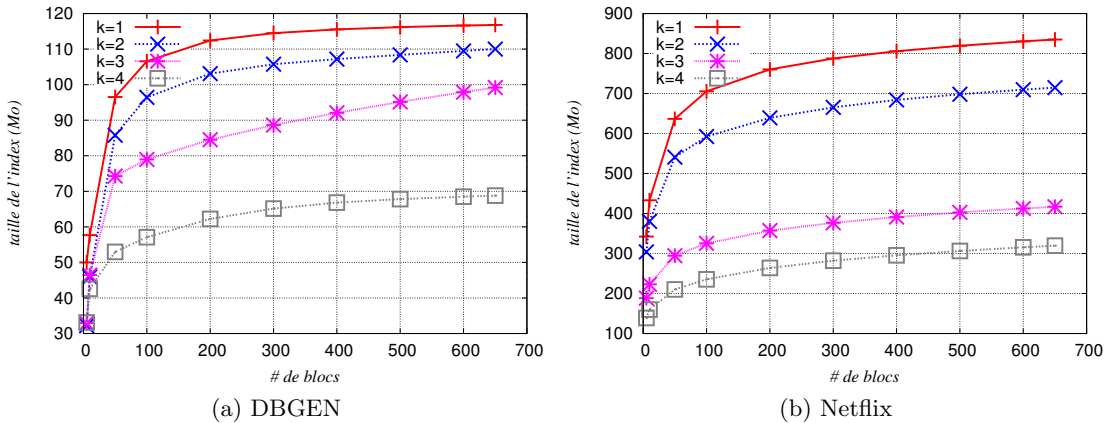


FIG. 7: Taille des index en fonction du nombre de blocs utilisés pour le tri.

nées 12 requêtes d'égalité ayant des sélectivités différentes. Chaque requête est définie sur une seule dimension dont la cardinalité est élevée.

Nous constatons à partir de la Figure 8 que le temps d'interrogation augmente en fonction du nombre de blocs, pour devenir presque constant

pour les plus grandes valeurs du nombre de blocs. De plus, pour un nombre de blocs donné, le temps d'interrogation est inversement proportionnel à la valeur de k utilisée pour l'encodage des bitmaps. En effet, lorsque la valeur de k est grande, on consulte plus de bitmaps (k bit-

maps) pour chaque dimension. Le fait de passer de $k = 1$ à $k = 2$ multiplie le temps de traitement par un facteur de 6 ou plus, même si le nombre de bitmaps consulté n'est que doublé. Il y a donc un compromis à faire entre le temps de construction et l'espace occupé par l'index d'une part, et la performance de l'index d'autre part.

Au total, il semble que le remplacement du tri complet par un tri par bloc ne soit pas une bonne stratégie pour des tables de faits ayant moins que des centaines de millions de faits. En effet, le Tableau 8 montre que si le tri par bloc peut être 20 % plus rapide, il peut aussi générer des index plus volumineux qui prennent plus de temps de construction. En fait, le tri par bloc peut même causer une augmentation du temps total d'indexation. Les performances des index résultant d'un tri par bloc sont moindres selon la Figure 8.

5 Conclusion et perspectives

Nous avons utilisé le tri de la table de faits pour réduire la taille des index bitmaps. À l'aide du tri, nous pouvons réduire par un facteur de deux la taille d'un index, tout en doublant parfois la performance de l'index. Dans les cas où il y a un grand nombre de colonnes, ces gains se concentrent surtout sur les premières colonnes.

Les techniques de tri et d'allocation des bitmaps que nous avons considérées n'exploitent pas l'histogramme des données. Nous travaillons à améliorer l'effet du tri en tenant compte de la distribution de la fréquence des valeurs d'attributs. Selon nos tests préliminaires, certains gains supplémentaires sont possibles.

Notre table de faits la plus grande comportait 100 millions de lignes. Pour les tables beaucoup plus grandes, ayant des milliards ou des billions de faits, un tri complet de la table peut s'avérer beaucoup plus coûteux que le temps de création de l'index. En effet, l'indexation se fait en temps linéaire par rapport au nombre de fait ($O(n)$) alors que le tri requière un temps $O(n \log n)$. Les solutions alternatives comme le tri par bloc sans fusion ou le simple regroupement des valeurs si-

milaires pourraient s'avérer alors plus intéressantes. Nous prévoyons de traiter ces cas dans nos futurs travaux.

Références

- [1] G. Antoshenkov. Byte-aligned bitmap compression. Dans DCC'95, page 476, 1995.
- [2] J. Becla et K.-T. Lim. Report from the 1st workshop on extremely large databases. En ligne : http://www-conf.slac.stanford.edu/xldb07/xldb07_report.pdf, 2007. Dernier accès le 22 avril 2008.
- [3] G. Canahuate, H. Ferhatosmanoglu, et A. Pinar. Improving bitmap index compression by data reorganization. En ligne : <http://hpcrd.lbl.gov/~apinar/papers/TKDE06.pdf>, 2006. Dernier accès le 12 février 2008.
- [4] C. Y. Chan et Y. E. Ioannidis. Bitmap index design and evaluation. Dans SIGMOD'98, pages 355–366, 1998.
- [5] C. Y. Chan et Y. E. Ioannidis. An efficient bitmap encoding scheme for selection queries. Dans SIGMOD'99, pages 215–226, 1999.
- [6] N. Christofides. Worst-case analysis of a new heuristic for the travelling salesman problem. Technical Report 388, Graduate School of Industrial Administration, Carnegie Mellon University, 1976.
- [7] S. Hettich et S. D. Bay. The UCI KDD archive. En ligne : <http://kdd.ics.uci.edu>, 2000. Dernier accès le 21 décembre 2007.
- [8] M. Hirabayashi. QDBM: Quick database manager. En ligne : <http://qdbm.sourceforge.net/>, 2006. Dernier accès le 22 février 2008.
- [9] D. Johnson, S. Krishnan, J. Chhugani, S. Kumar, et S. Venkatasubramanian. Compressing large boolean matrices using reordering techniques. Dans VLDB'04, pages 13–23, 2004.

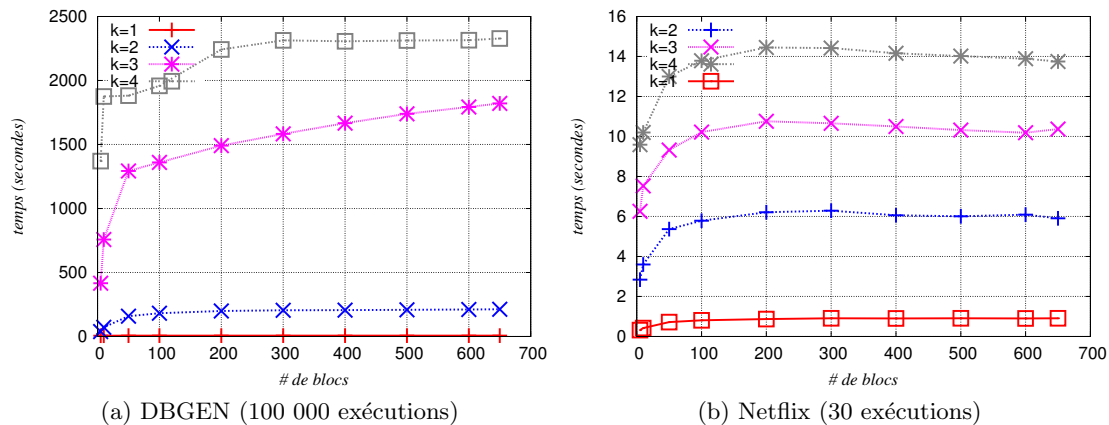


FIG. 8: Temps d'interrogation des données via les index bitmaps en fonction du nombre de blocs utilisés pour trier les données.

- [10] M. Jurgens et H. J. Lenz. Tree based indexes versus bitmap indexes: A performance study. *International Journal of Cooperative Information Systems*, 10(3):355–376, 2001.
- [11] R. Kimball. *The data warehouse toolkit: practical techniques for building dimensional data warehouses*. John Wiley & Sons, Inc. New York, NY, USA, 1996.
- [12] N. Koudas. Space efficient bitmap indexing. Dans *CIKM '00*, pages 194–201, 2000.
- [13] M. Ley. <http://dblp.uni-trier.de/xml/>, 2008. Dernier accès en mars 2008.
- [14] A. Moffat et J. Zobel. Parameterised compression for sparse bitmaps. Dans *SIGIR'92*, pages 274–285, 1992.
- [15] C. Monash. Datallegro heads for the high end. <http://www.dbms2.com/2007/07/25/datallegro-heads-for-the-high-end/>, 2007.
- [16] Netflix, Inc. Netflix prize. <http://www.netflixprize.com>, 2007. Dernier accès le 4 décembre 2007.
- [17] P. E. O'Neil. Model 204 architecture and performance. Dans *2nd International Workshop on High Performance Transaction Systems*, pages 40–59, 1989.
- [18] A. Pinar, T. Tao, et H. Ferhatosmanoglu. Compressing bitmap indices by data reorganization. Dans *ICDE'05*, pages 310–321, 2005.
- [19] D. Rotem, K. Stockinger, et K. Wu. Minimizing I/O costs of multi-dimensional queries with bitmap indices. Dans *SSDBM '06*, pages 33–44, 2006.
- [20] V. Sharma. Bitmap index vs. b-tree index: Which and when? En ligne : http://www.oracle.com/technology/pub/articles/sharma_indexes.html, mars 2005. Dernier accès le 22 avril 2008.
- [21] K. Stockinger, K. Wu, et A. Shoshani. Evaluation strategies for bitmap indices with binning. Dans *DEXA '04*, 2004.
- [22] TPC. DBGEN 2.4.0. En ligne : <http://www.tpc.org/tpch/>, 2006. Dernier accès le 4 décembre 2007.
- [23] R. Weber, H.-J. Schek, et S. Blott. A quantitative analysis and performance study for similarity-search methods in high-dimensional spaces. Dans *VLDB '98*, pages 194–205, 1998.
- [24] K. Wu, E. J. Otoo, et A. Shoshani. A performance comparison of bitmap indexes. Dans *CIKM '01*, pages 559–561, 2001.

- [25] K. Wu, E. J. Otoo, et A. Shoshani. Optimizing bitmap indices with efficient compression. ACM Transactions on Database Systems, 31(1):1–38, 2006.
- [26] J. Yiannis et J. Zobel. Compression techniques for fast external sorting. The VLDB Journal, 16(2):269–291, 2007.