Real and Functional Analysis

Authors:	Vladimir I. Bogachev & Oleg G. Smolyanov
Publisher:	Springer International Publishing
Publication Date:	February 2020
Number of Pages:	586
Format:	Hardcover
Edition:	1
Series:	Moscow Lectures (4)
Price:	$99,99
ISBN:	978-3-030-38218-6

Going through *Real and Functional Analysis*, one has the impression that the book results from a very successfully completed graft of the branches of Rudin's *Functional Analysis* (i.e. locally convex spaces and distributions, the Fourier transform and Sobolev spaces, Banach algebras, unbounded operators and operator semigroups) with the choicest fruits in the rich root network of Rudin's *Real and Complex Analysis* (i.e. the fundamentals of measure theory, the Lebesgue integral, the fundamental theorem of calculus, a brief introduction of Hilbert spaces, and the "big" theorems of functional analysis).

The authors, Bogachev and Smolyanov, have succeeded in providing a modern and highly informative description of all the material traditionally covered in the context of a real and functional analysis course spread out over two sessions and intended for graduate students. The "Complements" sections that conclude each of the chapters as well as certain of the final chapters presenting results considered more advanced contain sufficient material to allow this text to be used as a reference manual for a more in-depth course that would extend over three sessions. However, it should be noted that the subject matter pushed back to these additional sections is compiled in a somewhat more disorderly fashion than the material that makes up the core of the text.

Real and Functional Analysis contains more than 500 problems, whose difficulty ranges from routine exercises (indicated with a $^\circ$) intended to develop understanding and favour retention, up to the type of problems that may be part of the makeup of a PhD examination (those presenting a formidable level of difficulty are marked with an asterisk).

The makeup of the vast bibliography (that includes more than 700 titles) was obviously the subject of painstaking literature review. The authors have taken the time to include in the appendix a summary over several pages of the historical development of functional analysis and the various directions in which this discipline and its applications are used. There is then an orienting bibliography that will point the interested reader toward appropriate resources.

Because this volume is part of the Springer Nature series dedicated to the Moscow mathematical tradition, the choice of adopting the nomenclature that prevails in that school is self-evident. Attempts to finds the Cauchy–Schwarz inequality, the monotone convergence theorem or the Hahn–Banach separation theorem in the index will therefore be in vain. However, these results can certainly be found in the text, but respectively placed under the terms Cauchy–Bunyakovskii's theorem, Beppo Levi's theorem and theorem 6.3.7. That being said, since this work is intended for an international readership (indeed all signs indicate that it will appropriately meet the needs of graduate-level mathematics students around the world), it would nevertheless have been wise to enrich the index by also referencing the classical theorems under their commonly used names in the English-speaking world.

Frederic Morneau-Guerin is a professor in the Department of Education at Universite TELUQ. He holds a Ph.D. in abstract harmonic analysis.

Real and Functional Analysis

Auteur:	Vladimir I. Bogachev & Oleg G. Smolyanov
Maison d'édition:	Springer International Publishing
Date de publication:	Février 2020
Nombre de pages:	586
Format:	Hardcover
Édition:	1
Séries:	Moscow Lectures (4)
Prix:	$99,99
ISBN:	978-3-030-38218-6

En parcourant *Real and Functional Analysis*, on a l'impression que ce livre résulte d'une greffe fort réussie des branches de *Functional Analysis* portant les plus beaux fruits (ex : espaces localement convexes, distributions, transformée de Fourier, théorie des espaces de Sobolev, théorie des algèbres de Banach, opérateurs non bornés) au riche réseau racinaire de *Real and Complex Analysis* (ex : la théorie de la mesure, l'intégration au sens de Lebesgue, le théorème fondamental du calcul, fondements de la théorie des espaces de Hilbert et les grands théorèmes classiques de l'analyse fonctionnelle et de la théorie spectrale).

Les auteurs, Vladimir I. Bogachev et Oleg G. Smolyanov, sont parvenus à donner une description moderne et fort éclairante de toute la matière traditionnellement couverte dans le cadre d'un cours d'analyse réelle et fonctionnelle s'échelonnant sur deux sessions et destiné aux étudiants aux cycles supérieurs. Les sections "Compléments" qui viennent clore chacun des chapitres de même que certains des derniers chapitres présentant des résultats jugés d'un niveau plus avancé contiennent suffisamment de matériel pour permettre d'utiliser cet ouvrage comme manuel de référence dans le cadre d'un cours plus poussé qui s'étirerait sur trois sessions. On notera cependant que la matière refoulée dans ces sections supplémentaires est agglomérée de façon un peu plus désordonnée que celle qui compose le cœur de l'ouvrage.

Real and Functional Analysis contient plus de 500 problèmes dont la difficulté va de l'exercice de routine (indiqués par le symbole $^\circ$) visant à développer la compréhension et favoriser la rétention, jusqu'au type de problème pouvant entrer dans la composition d'un examen doctoral (ceux présentant un niveau de difficulté redoutable sont marqués par un astérisque).

La composition de la vaste bibliographie (qui compte plus de 700 titres) a visiblement fait l'objet d'un minutieux travail de revue de littérature. Les auteurs ont d'ailleurs pris la peine inclure, en annexe, un résumé en quelques pages du développement historique de l'analyse fonctionnelle et des différentes directions dans lesquelles cette discipline et ses applications se sont déployés. Le tout est suivi d'une bibliographie thématique qui aiguillera le lecteur intéressé vers des ressources appropriées.

Puisque cet ouvrage appartient à série de Springer Nature dédié à la tradition mathématique moscovite, le choix d'adopter la nomenclature qui prévaut au sein de cette école tombe sous le sens. C'est donc en vain que l'on cherchera le théorème de Cauchy-Schwarz, le théorème de convergence monotone ou le théorème de séparation d'Hahn-Banach dans l'index. On trouvera cependant bel et bien ces résultats dans l'ouvrage, mais respectivement rangés sous les vocables de théorème de Cauchy-Bunyakovskii, théorème de Beppo Levi et de théorème sans titre 6.3.7. Cela étant dit, puisque cet ouvrage est destiné à un lectorat international et puisque tout indique qu'il saura effectivement répondre adéquatement aux besoins d'étudiants aux cycles supérieurs en mathématiques partout à travers le monde, il aurait néanmoins été judicieux d'enrichir l'index en référenciant également les théorèmes classiques sous leurs appellations d'usage standard dans le monde Anglo-saxon.