Elementary Operator Theory

Author:	Marat V. Markin
Publisher:	De Gruyter
Publication Date:	April 2020
Number of Pages:	342
Format:	Paperback
Edition:	1
Series:	De Gruyter Textbook
Price:	\$74,99
ISBN:	978-3110600964

Since Markin is the author of a text called *Elementary Functional Analysis* (2018), we could have expected *Elementary Operator Theory* to be designed to be suitable as a reference book in the context of a semester-long course that could be taken by students who had completed an initial course in functional analysis. Curiously, the mathematics professor at California State University has chosen instead with this new book to compete with his previous one. *Elementary Operator Theory* is intended to provide readers with appropriate content for an introductory course to operator theory for which the prerequisites are intentionally set sufficiently low to be taken by newly registered students in a graduate program.

Chapter 1 is a compilation of definitions and elementary set-theoretic results. An appendix includes a more in-depth discussion concerning the axiom of choice, Zorn's lemma, the well-ordering principle and Hausdorff's maximal principle.

Chapter 2 contains a full and surprisingly in-depth explanation of the theory of metric spaces and point-set topology. The theory is developed *ab initio* and the chapter proceeds at a good pace up to addressing Baire category theorem, Banach's fixed-point theorem, Arzelà–Ascoli theorem and Peano existence theorem.

In chapters 3 and 4, the author develops the theory of normed vector spaces and then presents some of the main theorems of functional analysis such as the open mapping theorem, the inverse mapping theorem, the closed graph theorem, and the uniform boundedness principle. Given the substantial overlap with an introductory course in functional analysis, it is difficult to explain the author's choice not to cover the Hahn–Banach theorem.

It is only in chapters 5 and 6 that actual operator theory is addressed. The first of these two chapters develops the theory in the general framework of Banach spaces (i.e. the Gelfand's spectral radius theorem, the spectral mapping theorem for operator polynomials, alternative de Fredholm, the Riesz–Schauder theorem), while the second of these chapters focuses on certain particularities observed in the specific context of Hilbert spaces (i.e. the spectral theorem for compact self-adjoint operators).

Although Markin generously distributes the verifications left as exercises for the readers (the text contains a total of 432) and examples, he is far less generous with detailed explanations and worked examples. Additionally, the text is densely written – it is absent of historical background and references, and features concise writing style and frequent recourse to notation that is cumbersome (i.e. $\mathbb{C} \ni \alpha + i\beta, X^{\mathbb{C}} \ni (x, y) \mapsto (\alpha + i\beta)(x, y) := (\alpha x - \beta y, \beta x + \alpha y) \in X^{\mathbb{C}}$ (p.156))

In summary, this text seems to be of primary use for any educators who need to give a master's level introductory course on operator theory in around 45 hours intended for an audience with a varied level of prior knowledge. With its few worked examples, however, it would be a challenge to use this work in a context of independent learning or as an instructor's manual.

Frederic Morneau-Guerin is a professor in the Department of Education at Universite TELUQ. He holds a Ph.D. in abstract harmonic analysis.

Elementary Operator Theory

Auteur:	Marat V. Markin
Maison d'édition:	De Gruyter
Date de publication:	Avril 2020
Nombre de pages:	342
Format:	Paperback
Édition:	1
Séries:	De Gruyter Textbook
Prix:	$74,99
ISBN:	978-3110600964

Comme Marat V. Markin est l'auteur d'un ouvrage intitulé Elementary Functional Analysis (2018), on aurait pu s'attendre à ce que Elementary Operator Theory soit conçu pour convenir comme ouvrage de référence dans le cadre d'un cours d'un semestre pouvant être suivi par des étudiants ayant complété un premier cours en analyse fonctionnelle.

Curieusement, le professeur de mathématiques à California State University a plutôt choisi, avec ce nouvel ouvrage, de concurrencer son précédent livre. Elementary Operator Theory, vise en effet à offrir au lecteur les contenus appropriés pour un cours d'initiation à la théorie des opérateurs dont les prérequis sont intentionnellement fixés suffisamment bas pour pouvoir être suivis par des étudiants nouvellement inscrits à un programme de deuxième cycle.

Le chapitre 1 se veut un recueil de définitions et de résultats ensemblistes élémentaires. On trouvera en annexe une discussion plus élaborée concernant l'axiome du choix, le lemme de Zorn, le principe du bon ordre et le principe de maximalité d'Hausdorff.

Le chapitre 2 contient un exposé complet et étonnamment approfondi de la théorie des espaces métriques et de la topologie générale. La théorie y est développée ab initio et on procède à bon rythme jusqu'à aborder le théorème de Baire, le théorème de Banach, le théorème d'Arzelà–Ascoli et le théorème de Cauchy–Peano–Arzelà.

Dans les chapitres 3 et 4, l'auteur développe la théorie des espaces vectoriels normés puis présente quelques-uns des principaux théorèmes de l'analyse fonctionnelle comme le théorème de l'application ouverte, le théorème d'inversion locale et le théorème du graphe fermé (l'auteur démontre d'ailleurs soigneusement l'équivalence entre ces trois résultats) et le théorème de Banach–Steinhaus. Compte tenu de l'important chevauchement avec un cours d'introduction à l'analyse fonctionnelle, on s'explique mal le choix fait par l'auteur de ne pas couvrir le théorème d'Hahn-Banach.

Ce n'est que dans les chapitres 5 et 6 que la théorie des opérateurs proprement dite est abordée. Le premier de ces deux chapitres développe la théorie dans le cadre général des espaces de Banach (ex : théorème du rayon spectral de Gelfand, le théorème de l'application spectrale pour les opérateurs polynômiaux, alternative de Fredholm, théorème de décomposition de Riesz–Schauder), tandis que le second de ces chapitres on met l'accent sur certaines des particularités observées dans le contexte particulier des espaces d'Hilbert (ex : théorème spectral pour les opérateurs auto-adjoints compacts).

Si Markin distribue généreusement les vérifications laissées en exercice au lecteur (l'ouvrage en contient 432 au total) et les exemples, il se fait cependant beaucoup plus avare en explications détaillées et en exemples travaillés. La quasi-absence de mise en contexte historique et de références donne à cet ouvrage des airs de notes de cours dactylographiées agrémentées de 150 problèmes de difficulté variables.

Tout enseignant devant offrir un cours d'initiation à la théorie des opérateurs de niveau maîtrise en environ 45 heures et destiné à une audience aux connaissances préalables hétérogènes trouvera dans l'ouvrage de Markin des notes de cours clé en main. En revanche, le style d'écriture concis et le recours fréquent à une notation inutilement lourde et alambiquée (ex: $\mathbb{C} \ni \alpha + i\beta, X^{\mathbb{C}} \ni (x, y) \mapsto (\alpha + i\beta)(x, y) := (\alpha x - \beta y, \beta x + \alpha y) \in X^{\mathbb{C}}$ (p.156)) font sérieusement douter de la pertinence de cet ouvrage dans un contexte d'apprentissage autonome ou encore comme manuel d'accompagnement.