

Pourquoi l'hypothèse de marche aléatoire en théorie financière ? Les raisons historiques d'un choix éthique.

Franck JOVANOVIC
GRESE, Université Paris I Panthéon-Sorbonne[†]

Une grande partie des travaux de la théorie financière actuelle repose de manière consensuelle sur l'hypothèse selon laquelle les fluctuations des cours boursiers suivent une marche aléatoire symétrique avec une distribution normale. Cependant, chacun sait que cette hypothèse n'est pas vérifiée empiriquement de manière satisfaisante¹ et que d'autres hypothèses susceptibles de rendre compte des variations boursières existent². Ces difficultés rappellent qu'il n'est peut être pas inintéressant d'essayer d'expliquer pourquoi et comment cette hypothèse, à présent si banale, s'est hissée au centre de la théorie financière et par quel hasard ou quelle nécessité historique elle trouve son origine en France au milieu du XIX^{ème} siècle.

Historiquement, cette hypothèse a en effet été introduite en théorie financière en 1863 par un économiste français : Jules Regnault³. Dans son *Calcul des chances et philosophie de la Bourse*, cet auteur s'appuie sur cette hypothèse pour construire le premier modèle de la théorie financière moderne⁴ afin d'analyser les variations des cours boursiers –modèle qui sera repris en 1900 par Louis Bachelier⁵. Nous voudrions montrer ici que le choix de cette hypothèse n'est pas fortuit mais qu'il répond à des préoccupations éthiques propres au milieu du XIX^{ème} siècle.

SUR L'APPRECIATION PROGRESSIVE DU ROLE ECONOMIQUE DE LA BOURSE

Regnault souhaite « démontrer les dangers du jeu, en même temps que découvrir le but que doit se proposer la Spéculation⁶ » ([1863], 1). Cet objectif n'est pas étranger au contexte dans lequel

[†] Maison des Sciences Economiques, 106-112 boulevard de l'Hôpital, 75013 Paris, France. E-mail : jova@univ-paris1.fr.

¹ Un exemple parmi d'autres : Fama et French (1987).

² En particulier, Keynes et à sa suite André Orléan considèrent que les fluctuations des cours boursiers résultent des croyances des agents. De même, l'hypothèse de distribution normale n'est pas la seule qui existe, elle n'est qu'un choix conventionnel parmi d'autres –comme la loi de Levy, celle de Pareto ou encore celle de Pearson.

³ Pour une présentation détaillée des travaux de Regnault, voir Jovanovic (2000) et Jovanovic et Le Gall (2001).

⁴ Le terme de moderne désigne ici la théorie financière quantitative.

⁵ Voir Jovanovic (2000).

⁶ Dans les termes de Regnault, le « jeu » –également désigné à cette époque par le terme d'agiotage– correspond à un pari basé sur des différences de prix dans le temps et renvoie à un comportement spéculatif de court terme. Tandis que la « spéculation » correspond à un comportement de long terme basé sur les revenus distribués par les titres –coupons ou dividendes.

cet auteur élabore sa « science de la Bourse » : il répond directement à une question du XIX^{ème} siècle relative au statut du marché boursier parisien comme aux opérations qui s'y traitent : dans quelle mesure doit-on tolérer les marchés financiers ?

L'évolution du marché boursier parisien au XIX^{ème} siècle⁷ peut être analysée en trois périodes –1800-1850 ; 1850-1870 ; 1870-1900– au cours desquelles un renversement dans l'appréciation des marchés financiers s'est opéré, la période médiane se révélant une période de transition. La première période (1800-1850) se caractérise par une domination des considérations politiques ainsi que par une législation arbitraire et très sévère. Ces considérations trouvent leur origine dans l'organisation de la Bourse de Paris telle qu'elle est établie en 1724 à la suite de l'effondrement du « Système » de Law. L'agiotage qui est tenu pour responsable de cet effondrement, provoque une véritable méfiance de la part des différents gouvernements vis à vis de la Bourse. Cependant, celle-ci est nécessaire à l'Etat pour trouver des ressources financières et c'est la raison pour laquelle les dirigeants se préoccupent plus de ce besoin de financement que du fonctionnement de la Bourse. Cette préoccupation conduit à la mise en place d'une législation inégalitaire destinée à protéger les titres publics contre la baisse en condamnant certaines opérations de vente pour favoriser les opérations d'achat. Par conséquent, la législation qui condamne sévèrement le jeu étend ce terme à toute opération défavorable à la hausse des titres publics qui pouvait être interprétée comme une défiance de la politique de l'Etat. Cette législation est également très contraignante pour les entreprises privées, empêchant ainsi le secteur privé de recourir librement aux marchés –ce régime juridique resta en vigueur jusqu'aux années 1860 et constitua une entrave sérieuse à la création de sociétés anonymes. En outre, pendant cette période, la Bourse n'intéresse qu'un public restreint qui gravite autour de l'Etat –une minorité d'intervenants qu'on appelle la Haute Banque– et qui possède les capitaux nécessaires pour financer les emprunts publics. Les économistes ne s'intéressent pratiquement pas à la Bourse et cette législation comme la très forte proportion de titres publics cotés font que le public connaît le rôle de la Bourse uniquement à travers les rapports qu'elle entretient avec l'Etat qui la désigne comme responsable de ses déboires financiers. Ainsi, les fluctuations des cours boursiers sont considérées en liaison avec les événements politiques et non avec le bilan économique des sociétés cotées.

⁷ Sur le marché boursier parisien au XIX^{ème} siècle, voir Arbulu (1998) ainsi que Gallais-Hamono et Hautcoeur (à paraître).

A l'opposé, entre 1870 et 1900, les marchés financiers jouent pleinement leur rôle de financement de l'activité économique. La Bourse s'ouvre largement aux titres privés et l'émergence de nouvelles institutions financières et le développement du réseau bancaire participent activement à son développement. Le nombre de titres cotés a considérablement augmenté et on peut considérer qu'il s'agit désormais d'un marché mature (Arbulu [1998]). Ce développement de la Bourse s'accompagne d'une modification de l'état d'esprit du public qui rompt radicalement avec celui de la période précédente : la bourse n'effraye plus et les pamphlets comme les pièces de théâtres (moralisantes) sur la Bourse ont disparu (Reznikow [1990], 235). Parallèlement, l'analyse économique et financière s'est développée grâce à l'essor d'une presse spécialisée et, à partir des années 1860, à celui d'informations financières : le public tente de comprendre le fonctionnement et le rôle économiques des marchés financiers. La législation a également considérablement évolué : en 1860, les entraves concernant les sociétés anonymes sont levées ; la Coullisse est, d'une certaine manière, officieusement reconnue en 1861 ; enfin, les marchés à terme sont officiellement reconnus en 1885.

Comment expliquer ce renversement ? On peut constater que pendant les années 1850-1860 les économistes français commencent à réfléchir au rôle des marchés financiers et à proposer une approche qui ne soit plus exclusivement politique. Pour imposer leur point de vue, les économistes vont tenter de montrer que la Bourse ne peut pas être condamnée moralement. Ils critiquent la distinction juridique établie entre la spéculation et le jeu et insistent sur l'utilité économique de la Bourse. Bien qu'ils condamnent le jeu du point de vue économique comme moral, ils le considèrent comme un moindre mal nécessaire au fonctionnement des marchés. Ainsi, les années 1850-1860 cristallisent un grand nombre de questions aussi bien économiques, morales que juridiques. Ces questions qui alimentent des débats particulièrement vifs entre juristes et économistes sont régulièrement portées devant les tribunaux ou devant le Sénat. Ces débats concernent des questions morales à partir desquelles la législation sur les marchés financiers s'est constituée. Plus précisément, le point d'ancrage autour duquel ils se cristallisent concerne la condamnation morale du jeu –ou encore de ce qu'on nomme l'agiotage– autour de laquelle s'est constituée la législation.

Ces affrontements sont particulièrement importants ici pour deux raisons. D'une part, ils conduisent au besoin de créer une « science de la Bourse » avec pour objectif de comprendre son

fonctionnement économique⁸. D'autre part, ils montrent que, pendant cette période, les questions morales liées à l'agiotage dominent les réflexions économiques. Il est impossible de traiter de la bourse sans prendre en compte les questions soulevées par le jeu : l'agiotage rend-il la bourse condamnable ? injuste ? Cependant, en 1863, les juristes comme les économistes ne parvenant pas à apporter une réponse objective à ces différentes questions, Regnault tente de relever ce défi.

L'OBJECTIF DE REGNAULT : ETUDIER LES LOIS QUI REGISSENT LES VARIATIONS BOURSIERES

L'objet d'étude de Regnault concerne les variations boursières et les différents types d'intervenants financiers. Il souhaite établir, à partir d'une analyse « scientifique », les lois qui régissent les fluctuations des cours boursiers. Il s'appuie sur une analyse des cours de la rente d'Etat 3% de mai 1825 à octobre 1862 et construit deux modèles pour analyser les deux types de spéculation que la législation distingue à cette époque. Le premier modèle, celui du joueur, ne concerne que les variations de court terme et postule que ces variations suivent une marche aléatoire symétrique⁹. Il pose alors trois hypothèses : 1) les variations boursières résultent soit de l'arrivée de nouvelles informations soit de l'interprétation subjective des conséquences de ces nouvelles informations par les différents intervenants ; 2) les variations des cours sont indépendantes les unes des autres ; 3) la distribution des variations boursières suit une loi normale. Le second modèle traite de ce que Regnault appelle la « véritable spéculation ». Cette dernière est une spéculation de long terme subordonnée aux lois universelles qui gouvernent l'univers, en particulier la loi des moyennes. Regnault constate que, sur le long terme, les cours gravitent autour de « centres d'attraction » qui correspondent à la moyenne statistique des cours boursiers sur une très longue période. Il montre alors que cette spéculation est individuellement bénéfique –car elle permet de bénéficier des coupons distribués– et socialement utile –car elle contribue au développement économique. En revanche, le jeu se révèle nuisible à la société comme aux individus –ces derniers étant inévitablement ruinés du fait des frais de courtage qui grèvent chaque opération¹⁰.

⁸ C'est en effet à cette époque que l'expression « science de la Bourse » semble apparaître. Outre Regnault, Charles Denéchaud publie en 1861 un ouvrage au titre évocateur, *La science de la Bourse*. Elle figure aussi chez l'actuaire français Henri Lefèvre qui propose une étude théorique sur la place et le rôle des marchés financiers dans l'économie et construit en 1870 les premières représentations graphiques –reprises par Bachelier et aujourd'hui couramment utilisées– permettant d'étudier le résultat d'une combinaison d'opérations boursières quelle qu'en soit la complexité (voir Jovanovic [2001]).

⁹ C'est précisément ce modèle que Louis Bachelier reprendra dans sa *Théorie de la spéculation* en 1900.

¹⁰ La ruine provient du fait que les frais de courtage qui grèvent chaque opération deviennent supérieurs aux gains que le joueur peut gagner en spéculant à court terme. En effet, l'une des conséquences de la marche aléatoire est que « l'écart des cours est en raison directe de la racine carrée des temps » (Regnault [1863], 50). Comme les joueurs n'opèrent que dans une période inférieure à un mois, leurs plus-values sont nécessairement faibles et en définitive

La démarche de Regnault est indissociable de sa volonté de créer une « science de la Bourse » à partir de principes éthiques. Précisons ce point. Comme, il n'existe pas en 1863 de « science de la Bourse », il lui faut alors puiser des instruments, une méthode et un vocabulaire dans une discipline dont la scientificité est déjà assurée. Rappelons que tout au long du XIX^{ème} siècle, de nouvelles branches de l'analyse économique se sont ainsi constituées par emprunts à des champs disciplinaires autres. Il s'inspire alors de l'un des principaux modèles de scientificité de l'époque : la « physique sociale » de Quételet¹¹. La recherche de ce dernier concerne les phénomènes aléatoires agrégés et s'appuie sur la loi normale pour analyser la dispersion des éléments de n'importe quel phénomène par rapport à un référent : l'« homme moyen ». Il est important de souligner ici que l'homme moyen représente plus qu'un simple idéal mathématique, il est aussi et surtout un idéal moral (Porter [1986], 103). En effet, selon Quételet tout tend vers un juste milieu –la moyenne– et les écarts ne sont que des vices ou des erreurs. Il postule alors que les variations de tout phénomène se distribuent conformément à la loi normale mais soulignons qu'en aucun cas il ne déduit cette « loi naturelle » de l'observation –tout au plus, les données empiriques suggèrent la forme de cette distribution.

L'HYPOTHESE DE MARCHE ALEATOIRE OU LA DEMONSTRATION DE LA JUSTE MORALITE DE LA BOURSE

En empruntant à Quételet certains instruments, Regnault montre que la Bourse est d'une part juste et d'autre part équitable. La justice est ici relative à l'espérance de gain des différents intervenants. Comme pour Quételet, la moyenne représente chez Regnault l'équilibre qui assure le développement harmonieux de la société et des individus. S'agissant d'un idéal moral vers lequel on tend naturellement, il préconise aux spéculateurs de ne pas s'écarter de l'état moyen ([1863], 27-8) et considère les écarts de court terme comme des vices, c'est-à-dire des défauts qui doivent s'éliminer à l'équilibre grâce à la loi des causes accidentelles qui n'est autre que la loi normale ([1863], 210). La théorie des moyennes et la marche aléatoire lui permettent ainsi de montrer que la Bourse peut être considérée comme « juste » car les joueurs qui spéculent sur les

inférieures aux frais de courtage. Regnault montre même qu'il est possible de prévoir le moment exact où le joueur sera ruiné.

¹¹ La plus grande contribution de Quételet a été de vulgariser le calcul des probabilités pour permettre son application aux sciences sociales. Il acquiert ainsi une très grande influence dans les sciences sociales et dès le milieu du XIX^{ème} siècle, une grande partie des sciences sociales se développe en s'appuyant sur ses travaux. Comme l'explique Thiveaud, « la grande idée, chère à Quételet et à la plupart des savants contemporains dans les diverses disciplines, vise à transposer les lois de périodicité fixées depuis longtemps dans l'ordre de la nature, sur le registre des faits sociaux, économiques et politiques, grâce à des calculs incontestables » ([2000], 245).

écarts –c'est-à-dire uniquement sur le vice et l'ignorance– sont inévitablement ruinés parce qu'ils enfreignent les règles morales dictées par les lois de la nature. En revanche, les spéculateurs, en se basant sur les moyennes –autrement dit en se conformant à ces lois de la nature– contribuent à l'harmonie sociale et perçoivent les coupons qui, selon lui, représentent le seul gain possible. Dans ce cas, nul besoin de condamner les opérations de Bourse car le joueur se condamne lui-même du fait des lois naturelles dévoilées par le modèle et qui gouvernent la Bourse.

L'équité de la Bourse provient de l'égalité des intervenants face aux lois de la nature qui régissent les variations boursières, autrement dit, tous les intervenants se trouvent dans des conditions égales. Cette équité doit se vérifier à court terme comme à long terme. A long terme, Regnault raisonne à partir de la loi normale qui permet de déterminer la moyenne d'un grand nombre d'observations qu'il considère comme la valeur de long terme d'un titre boursier. Parce qu'elle régit tous les phénomènes sociaux, Regnault considère cette loi comme la seule « loi des probabilités » ([1863], 156) à laquelle les fluctuations des cours boursiers n'échappent pas : « les variations de la Bourse sont soumises à des lois mathématiques immuables ! » ([1863], 52). Comme à cette époque, une partie importante de la science se représente le monde comme étant écrit par Dieu en langage mathématique, la nature divine de ces lois mathématiques « supérieures et providentielles » ([1863], 185) fait qu'elles transcendent les individus. On peut en déduire deux considérations importantes pour l'analyse de Regnault. D'une part, il est possible de mettre au jour les lois objectives qui régissent les variations boursières. D'autre part, les cours boursiers, qui possèdent nécessairement une portée objective, demeurent *in fine* indépendants des actions des individus et surtout, parce que les lois qui régissent les variations transcendent les individus, tous les intervenants sont exposés aux mêmes lois.

La loi normale possède une seconde particularité : sa distribution est symétrique autour de la moyenne. Cette symétrie permet à Regnault de considérer qu'« à la Bourse, tous les événements possibles ne peuvent déterminer que deux effets contradictoires qui sont la *hausse* et la *baisse* » ([1863], 15). En faisant l'hypothèse que la variation des cours suit cette loi à chaque instant, une variation négative a la même probabilité de survenir qu'une variation positive : « si l'une des deux chances offrait un peu plus d'avantage que l'autre, c'est celle-là que l'on choisirait à tout coup » ([1863], 41). Par conséquent, à court terme, il est indifférent –et donc équivalent– d'anticiper la

hausse ou la baisse des cours et l'espérance de gain dans les deux cas est la même¹². On comprend alors que pour Regnault la Bourse soit équitable et qu'elle ne soit pas condamnable en soi. Il tranche ainsi dans les débats juridiques et moraux de l'époque concernant le statut de la Bourse et celui des opérations qui s'y traitent : puisque les variations s'imposent aux individus –selon une loi mathématique qui les transcende– et que chaque opération est équitable, aucune opération n'a besoin d'être condamnée.

Une remarque s'impose pour comprendre la nature éthique du choix de Regnault. Celui-ci postule à partir de probabilités *a priori* que la distribution des variations des cours boursiers suit une loi normale. Ce choix de la loi normale et de la marche aléatoire qui ne découle pas de l'observation –en particulier, la probabilité 1/2 de hausse ou de baisse–, est particulièrement révélateur de l'attitude de Regnault vis à vis des données empiriques. Souhaitant montrer que la moyenne régule les marchés financiers, il est conduit à relire les données empiriques en fonction de cette contrainte afin de donner un sens à ces variations. Il explique ainsi que, sur le long terme, les « forces » du marché permettent toujours de retrouver cet équilibre moyen :

« les causes qui produisent la baisse sont moins nombreuses que les causes qui produisent la hausse, mais ce qu'elles perdent en *nombre*, elles le regagnent en *force* ; de sorte qu'en multipliant les nombres par les forces on obtiendrait des produits égaux » ([1863], 161).

On voit bien ici que cette observation est en contradiction avec son hypothèse de la loi normale. Pour un lecteur contemporain, la démarche de Regnault peut surprendre. En effet, il ne teste pas l'hypothèse de la loi normale au sens où on l'entend aujourd'hui –celle-ci serait alors invalidée par cette dernière observation. Il vérifie que cette loi de la nature –nécessairement exacte et qui possède donc un caractère normatif–, régule bien les marchés financiers. Sa remarque est alors significative. Par un raisonnement *ad hoc*, il explique que si la loi normale ne rend pas compte de l'amplitude des baisses, elle s'applique en revanche au niveau de l'espérance mathématique du gain. L'idée d'équité n'en est que renforcée puisque l'on retrouve ici le lien entre l'espérance mathématique et l'équité issue de la loi normale : on peut jouer à la hausse comme à la baisse car on ne peut espérer gagner plus dans un cas que dans l'autre.

CONCLUSION : LES LEÇONS DE L'HISTOIRE

¹² Notons que la comparaison de faits collectifs est basée sur le principe de compensation –en compensant, les causes accidentelles s'éliminent entre elles pour faire ressortir les moyennes– qui n'est que la généralisation de la formule d'un marché équitable dont la théorie des moyennes est la traduction logique. Or pour Regnault, la doctrine des compensations est « la première loi naturelle » ([1863], 206).

Alors qu'aujourd'hui l'hypothèse de marche aléatoire symétrique pour représenter les fluctuations des cours boursiers est très souvent admise sans plus de justification, nous parvenons ici à deux résultats. D'une part, le choix de cette hypothèse résulte d'un contexte historique particulier ; de l'utilisation d'un modèle scientifique ; de l'émergence d'un nouvel objet d'étude « scientifique » et de considérations morales. D'autre part, l'introduction de l'hypothèse de marche aléatoire dans la théorie financière n'a pas été motivée par le souci de rendre compte des fluctuations boursières mais pour répondre à des préoccupations éthiques. Ce choix pour la loi normale répond aux préoccupations éthiques de Regnault et du XIX^{ème} siècle ; il reste étranger à toute considération empirique. Cependant, si, rétrospectivement, cette conjonction d'éléments peut être explicitée, en revanche, la longévité de cette hypothèse peut surprendre. En effet, ce choix n'est pas présenté aujourd'hui comme résultant de ces considérations morales et scientifiques du XIX^{ème} siècle mais, depuis la synthèse de Fama en 1970 sur l'efficacité informationnelle des marchés financiers, il est *relu* comme un problème informationnel. Néanmoins, le XIX^{ème} siècle a laissé des traces¹³ et celles-ci permettent d'apprécier de quelle manière le « choix » des hypothèses et des instruments théoriques façonne, et parfois même durablement, notre représentation scientifique des phénomènes étudiés¹⁴.

Bibliographie

Arbulu P. [1998] « La Bourse de Paris au XIX^{ème} siècle : l'exemple d'un marché émergent devenu efficient ». *Revue d'Economie Financière*, n°49, septembre.

Fama E. et French K. [1987] « Permanent and Temporary Components of Stock Prices ». *Journal of Political Economics*, vol. 19, 246-73.

Gallais-Hamono G. et Hautcoeur P.-C. [à paraître] *Le marché boursier français au XIX^e siècle*. G. Gallais-Hamono et P.-C. Hautcoeur (dir.) : CHEFF.

Jovanovic F. [2000] « L'origine de la théorie financière : Une réévaluation de l'apport de Louis Bachelier ». *Revue d'Economie Politique*, 110 (3), mai-juin, 395-418.

Jovanovic F. [2001] « Instruments et théorie économiques dans la construction de la « science de la Bourse » d'Henri Lefèvre », *Revue d'Histoire des Sciences Humaines*, à paraître.

Jovanovic F. et Le Gall Ph. [2001] « Does God Practice a Random Walk? The “Financial Physics” of a French 19th Century, Jules Regnault ». *European Journal of the Economic History Thought*, 8 (3), à paraître.

¹³ En particulier, étant donné le lien qui unit Regnault et Bachelier (Jovanovic [2000]) et l'utilisation par la théorie financière actuelle des outils mathématiques développés par Bachelier (Taqq [2001]).

¹⁴ De la même manière, en présentant les fondements idéologiques des premiers économistes, Thiveaud (à paraître) remarque qu'il « semble tout à fait incongru que l'édifice de la théorie économique puisse encore être supporté par les prémices des pionniers qui méprisaient le passé ou interprétaient le passé des sociétés sur l'ordre de la nature, « l'état d'innocence » de l'humanité, le troc des objets, etc. ».

Porter T. M. [1986] *The Rise of Statistical Thinking 1820-1900*, Princeton : Princeton University Press.

Regnault J. [1863] *Calcul des chances et philosophie de la Bourse*, Paris : Mallet-Bachelier et Castel.

Reznikow S. [1990] « Les envolées de la Bourse de Paris au XIX^{ème} siècle », *Histoire économique et financière de la France, Études et recherches*, vol. 2, Comité pour l'histoire économique et financière de la France, 223-44.

Thiveaud J.-M. [2000] « Finance, économie, commerce et industrie au XIX^{ème} siècle : écrits des économistes anglais, français, belges, allemands », *Revue d'Economie Financière*, n°56, 241-6.

Thiveaud J.-M. [à paraître] « Introduction générale » in *Le marché boursier français au XVIII^e siècle*. G. Gallais-Hamonno, J.-M. Thiveaud et E. White (dir.) : CHEFF.

Taqqu M. S. [2001] « Bachelier and his times : A conversation with Bernard Bru », *Finance and Stochastics*, 5 (1), 3-32.